

INTISARI

PEMETAAN-PEMETAAN YANG MENGAWETKAN VOLUME MATRIKS DAN PEMETAAN-PEMETAAN YANG MENGAWETKAN SOLVABILITAS

Oleh

QONITA QURROTA A`YUN

11/317206/PA/14268

Skripsi ini akan membahas tentang dua masalah pengawetan di aljabar matriks, yaitu pada aljabar linear dan pada aljabar abstrak.

Masalah pertama yang terkait dengan aljabar linear adalah pemetaan yang mengawetkan volume matriks. Menggunakan Teorema Cauchy-Binet, ditunjukkan bahwa aplikasi dari pemetaan yang mengawetkan volume matriks dapat digunakan sebagai salah satu kriteria matriks ortogonal. Adapun aplikasi lainnya menggunakan matriks segitiga atas terpartisi adalah sebagai karakterisasi konsistensi sistem linear.

Masalah kedua yang terkait dengan aljabar abstrak adalah pemetaan yang mengawetkan solvabilitas di aljabar Lie. Jika $M_n(\mathbb{C})$ adalah aljabar dari semua matriks kompleks $n \times n$ dan \mathfrak{g} adalah aljabar Lie general linear $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$ atau aljabar Lie spesial linear $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$, maka pemetaan bijektif (tidak harus linear) $\phi : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ disebut mengawetkan solvabilitas di dua arah jika masing-masing ϕ dan ϕ^{-1} memetakan setiap subaljabar Lie solvabel dari \mathfrak{g} ke suatu subaljabar Lie solvabel. Teorema Lie akan menyederhanakan permasalahan ini menjadi masalah karakterisasi pemetaan-pemetaan bijektif pada $M_n(\mathbb{C})$ yang mengawetkan triangularisabilitas pasangan matriks di dua arah.

Kata kunci: volume matriks, matriks ortogonal, sistem linear, aljabar Lie, solvabilitas, triangularisabilitas.

ABSTRACT

MAPS PRESERVING MATRIX VOLUME AND MAPS PRESERVING SOLVABILITY

By

QONITA QURROTA A`YUN

11/317206/PA/14268

This study will investigate two preserving problems in matrix algebras; first is in linear algebra and second is in abstract algebra.

First problem (in linear algebra) is maps preserving matrix volume. Using Cauchy-Binet's theorem, it will show the application of preserving the volume of matrix as criterion for orthogonal matrices. Other its application using partitioned upper triangular matrix is to indicate whether a linear system is consistent.

Second problem (in abstract algebra) is maps preserving solvability in Lie algebra. Let M_n be the algebra of all $n \times n$ complex matrices and \mathfrak{g} be the general linear Lie algebra $\mathfrak{gl}(n, \mathbb{C})$ or the special linear Lie algebra $\mathfrak{sl}(n, \mathbb{C})$. A bijective (not necessarily linear) map $\phi : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$ preserves solvability in both directions if both ϕ and ϕ^{-1} map every solvable Lie subalgebra of \mathfrak{g} into some solvable Lie subalgebra. Lie's theorem will reduce this problem to the problem of characterizing bijective maps on M_n preserving triangularizability of matrix in both directions.

Keywords: the volume of matrix, orthogonal matrix, linear system, Lie algebra, solvability, triangularizability.