



INTISARI

INTEGRAL HENSTOCK-KURZWEIL DI DALAM RUANG $C[\alpha, \beta]$

Oleh

FIRDAUS UBAIDILLAH

NIM. 09/292906/SPA/00240

Disertasi ini merupakan hasil penelitian dalam mengkonstruksi integral Henstock-Kurzweil fungsi bernilai di ruang $C[\alpha, \beta]$ yang terdefinisi pada selang tertutup $[f, g] \subseteq C[\alpha, \beta]$, dengan $C[\alpha, \beta]$ merupakan koleksi semua fungsi kontinu bernilai real yang terdefinisi pada selang tertutup $[\alpha, \beta] \subseteq \mathbb{R}$. Konsep dalam mengkonstruksi integral Henstock-Kurzweil ini mengikuti konsep integral Henstock-Kurzweil pada ruang real yang sudah dikenal selama ini.

Pada bagian awal disertasi ini, dikemukakan beberapa pengertian dasar yang terkait dengan ruang $C[\alpha, \beta]$ antara lain tentang sifat $C[\alpha, \beta]$ sebagai ruang Riesz, metrik dan norma bernilai di $C[\alpha, \beta]$, kekonvergenan barisan dan deret, dan persekitaran titik di dalam $C[\alpha, \beta]$. Selanjutnya, dikonstruksi kalkulus pada $C[\alpha, \beta]$ khususnya untuk keperluan dalam konstruksi integral Henstock-Kurzweil di dalam ruang $C[\alpha, \beta]$ diantaranya limit, kekontinuan, derivatif fungsi bernilai di $C[\alpha, \beta]$ serta kekonvergenan barisan fungsi.

Dalam mengkonstruksi integral Henstock-Kurzweil fungsi bernilai di $C[\alpha, \beta]$ terdefinisi pada selang tertutup $[f, g] \subseteq C[\alpha, \beta]$, diawali dengan membangun partisi pada $[f, g]$. Selanjutnya didefinisikan integral Henstock-Kurzweil fungsi bernilai di $C[\alpha, \beta]$ terdefinisi pada selang tertutup $[f, g]$. Dari pendefinisian ini kemudian dikembangkan sifat-sifat fungsi terintegral Henstock-Kurzweil dalam bentuk teorema-teorema. Dari fungsi terintegral Henstock-Kurzweil, selanjutnya dibangun fungsi primitif Henstock-Kurzweil. Untuk mengetahui sifat-sifat fungsi primitif terintegral Henstock-Kurzweil ini, dibahas pula integral mutlak Henstock-Kurzweil dan kemudian dikembangkan dalam bentuk teorema-teorema.

Dalam disertasi ini dibicarakan sekilas integral Denjoy fungsi bernilai di $C[\alpha, \beta]$ yang bersifat diskriptif. Selanjutnya ditunjukkan bahwa integral Denjoy ekuivalen dengan integral Henstock-Kurzweil. Untuk bahasan itu dibicarakan fungsi bervariasi terbatas dan fungsi kontinu mutlak.

Terakhir dibicarakan beberapa teorema kekonvergenan barisan fungsi terintegral Henstock-Kurzweil. Tujuan yang diharapkan adalah untuk membuktikan teorema-teorema kekonvergenan, yakni teorema kekonvergenan monoton, teorema



kekonvergenan seragam, teorema kekonvergenan terkendali dan teorema kekonvergenan terdominasi, bahwa kekonvergenan barisan fungsi terintegral Henstock-Kurzweil mengakibatkan kekonvergenan barisan yang dibentuk oleh integral-integral tersebut.

Kata kunci : integral Henstock-Kurzweil, primitif Henstock-Kurzweil, fungsi bervariasi terbatas, fungsi kontinu mutlak, teorema kekonvergenan.



ABSTRACT

THE HENSTOCK-KURZWEIL INTEGRAL IN $C[\alpha, \beta]$ SPACE

By

FIRDAUS UBaidillah

NIM. 09/292906/SPA/00240

This dissertation is the result of research to construct of Henstock-Kurzweil type integral for $C[\alpha, \beta]$ space-valued functions that defined on a closed interval $[f, g] \subseteq C[\alpha, \beta]$, where $C[\alpha, \beta]$ is the collection of all real-valued continuous functions defined on a closed interval $[\alpha, \beta] \subseteq \mathbb{R}$. The concept of this integral follows Henstock-Kurzweil integral concept in the real space that has been known so far.

We begin by introducing some fundamental concepts about the space $C[\alpha, \beta]$, such as some properties of $C[\alpha, \beta]$ as a Riesz space, convergence of sequences and series, $C[\alpha, \beta]$ space-valued norms and metrics, and neighborhood of a point in $C[\alpha, \beta]$. Furthermore, we construct calculus on $C[\alpha, \beta]$ for constructing Henstock-Kurzweil integral in the space $C[\alpha, \beta]$ such as limit, continuity, derivative of $C[\alpha, \beta]$ space-valued functions, and convergence of a sequence of functions.

To construct the Henstock-Kurzweil integral of a $C[\alpha, \beta]$ space-valued function that defined on a closed interval $[f, g] \subseteq C[\alpha, \beta]$, we begin by constructing a partition on $[f, g]$. Furthermore, we define Henstock-Kurzweil integral of a $C[\alpha, \beta]$ space-valued function that defined on a closed interval $[f, g] \subseteq C[\alpha, \beta]$. From this definition, we develop some properties of a Henstock-Kurzweil integrable function into theorems. From a Henstock-Kurzweil integrable function, we define a primitive of a Henstock-Kurzweil integrable function. To know some properties of a primitive of a Kurzweil-Henstock integrable function, we discuss the absolute Henstock-Kurzweil integral.

In this dissertation, we give a brief discussion to Denjoy integral of $C[\alpha, \beta]$ space-valued functions. Further, we show that Denjoy integral is equivalent with Henstock-Kurzweil integral. To discuss this, we introduce the bounded variation function and the absolute continuous function.

Finally, we discuss some convergence theorems of a sequence of Henstock-Kurzweil integrable functions. Our objective here is to prove that the monotone, uniform, controlled and dominated convergences of a sequence of Henstock-Kurzweil integral functions imply the convergence of the sequence formed by its corresponding integrals.

Keywords: Henstock-Kurzweil integral, Henstock-Kurzweil primitive, bounded vari-



ation function, absolute continuous function, convergence theorem.