INTISARI

OPERATOR SUPERPOSISI DAN OPERATOR URUTAN PADA RUANG BARISAN BERNILAI RIESZ

Oleh

Elvina Herawati

10/307059/SPA/00340

Dalam disertasi ini diperkenalkan konsep baru tentang ruang barisan bernilai Riesz yang dibangun oleh suatu modular urutan dengan menggunakan operator pada ruang Riesz yang disebut fungsi-ϕ urutan. Ruang barisan ini merupakan generalisasi ruang barisan Orlicz bernilai vektor.

Pada bagian awal disertasi ini, dikemukakan beberapa pengertian dasar yang terkait dengan ruang Riesz, antara lain tentang beberapa sifat elemen di ruang Riesz, barisan konvergen urutan dan barisan Cauchy urutan di dalam ruang Riesz serta karakterisasinya, ruang Riesz bernorma, dan Banach lattice.

Untuk sebarang ruang Riesz E, ruang barisan bernilai di dalam E, dinotasikan $X(E)$. Selanjutnya, dengan terlebih dahulu mendefinisikan fungsi-ϕ urutan ϕ, dibangun ruang barisan baru, dinotasikan dengan $X^{\exists}(E,\phi)$. Apabila fungsi ϕ bersifat konveks dan ruang Riesz bernorma $X(E)$ merupakan ideal, diperoleh ruang $X^{\exists}(E,\phi)$ merupakan ideal Riesz bernorma terhadap norma $\|\cdot\|_{\phi}$, yaitu norma yang dibangkitkan oleh fungsi ϕ. Selanjutnya, diturunkan beberapa sifat monoton dari norma $\|\cdot\|_{\phi}$, seperti sifat monoton kuat, monoton seragam dan monoton seragam lokal. Selain itu, diteliti pula beberapa sifat topologi dari ruang $X^{\exists}(E,\phi)$.

Selanjutnya, didefinisikan operator superposisi P_g pada $X^{\exists}(E,\phi)$ dengan menggunakan fungsi pembangkit $g : \mathbb{N} \times E \to E$ dengan E suatu ruang Riesz bernorma lengkap Dedekind-σ. Melalui fungsi pembangkit ini dapat diformulasikan syarat perlu dan cukup agar operator superposisi P_g memetakan ruang $X^{\exists}(E,\phi)$ ke ruang barisan bernilai Riesz $\ell(E,\phi)$, untuk kasus-kasus X merupakan ruang barisan real klasik c_0 atau ℓ_1, yaitu ruang barisan real yang konvergen ke nol atau ruang barisan real yang deret mutlaknya terjumlah. Selanjutnya, ditunjukkan bahwa fungsi pembangkit g yang kontinu secara norma merupakan syarat perlu dan cukup agar operator superposisi P_g kontinu.

Selain operator superposisi tersebut di atas, pada disertasi ini juga disampaikan tentang operator urutan $T : E \to F$ untuk E dan F ruang Riesz lengkap Dedekind-σ. Selanjutnya, diteliti syarat perlu dan cukup operator urutan T memetakan ruang-ruang barisan khusus, yaitu $c(E)$ ke $c(F)$, $\ell_\infty(E)$ ke $\ell_\infty(F)$ dan dari $\ell(E)$ ke $c(F)$, untuk E dan F ruang Riesz dengan F lengkap Dedekind-σ bersifat stabil. Selanjutnya diperlihatkan juga syarat perlu operator urutan bekerja dari $\ell(E)$ ke $c(F)$.

Terakhir, untuk $X(E)$ ruang barisan *BLK* yang bersifat *AK*, diformulasikan syarat perlu dan cukup agar operator urutan T memetakan $X(E)$ ke $c(E)$. Untuk sebarang ruang barisan BLK $X(E)$, tanpa harus memenuhi sifat *AK*, dapat dirumuskan syarat perlu dan cukup operator urutan T memetakan $X(E)$ ke $\ell_\infty(E)$ dan dari $X(E)$ ke $\ell_1(E)$.

Kata kunci : konvergen urutan, Banach lattice, konveks, monoton kuat, monoton seragam, monoton seragam lokal, sifat topologi, operator superposisi, operator urutan, ruang BLK, sifat AK.

ABSTRACT

SUPERPOSITION OPERATORS AND ORDERED OPERATORS ON RIESZ VALUED SEQUENCE SPACES

By

Elvina Herawati

10/307059/SPA/00340

In this dissertation we introduce a new concept about Riesz-valued sequence spaces thats defined by ordered modular by using an operator in Riesz spaces called order-ϕ function. This spaces are generalization of vector valued Orlicz sequence spaces.

We begin by introducing some fundamental concepts relate to Riesz spaces, such as some properties of elements in Riesz spaces, order convergence and order Cauchy sequences in Riesz spaces and their characterization, normed Riesz spaces, and Banach lattices.

Let E be a Riesz space. A space of E-valued sequences will be denoted by $X(E)$. Furthermore, we introduce an order ϕ-function ϕ and define the space $X^{\exists}(E, \phi)$. If the function ϕ is convex and $X(E)$ is an ideal normed Riesz space, we get the space $X^{\exists}(E, \phi)$ is an ideal normed Riesz space with respect to norm $\|\cdot\|_{\phi}$, that is a normed defined by ordered mudular. Some monotonic properties of the norm $\|\cdot\|_{\phi}$, such as strictly monotonicity, uniformly monotonicity and locally uniformly monotonicity, are observed as well. We also investigate some topological properties of the space $X^{\exists}(E, \phi)$.

Furthermore, we define a superposition operator P_g on $X^{\exists}(E, \phi)$ using a generating function $g : \mathbb{N} \times E \to E$, where E is a normed Riesz space σ-Dedekind complete. Based on the properties of the function g, we formulate necessary and sufficient conditions so that ther superposition operator P_g maps the space $X^{\exists}(E, \phi)$ into the Riesz valued sequence space $\ell(E, \phi)$, especially for X is a classic real valued sequence spaces c_0 or ℓ_1, where c_0 and ℓ_1 are the space real valued sequences that converge to zero and absolutely summable respectively. Futhermore, we prove that the continuity of g is a necessary and sufficient condition for the continuity of the superposition operator P_g.

In this dissertation we also discuss an ordered operator $T : E \to F$, for E and F are Riesz spaces with F is a Dedekind complete-σ with stable properties. We also formulate the necessary and sufficient conditions so that the ordered operator maps the special Riesz valued sequence spaces, i.e., from $c(E)$ to $c(F)$, from $\ell_\infty(E)$ to $\ell_\infty(F)$ and from $\ell_\infty(E)$ to $c(F)$. We also derive necessary conditions so that the ordered operator maps $\ell_1(E)$ into $c(E)$.

In the last part of this dissertation, we formulate necessary and sufficient conditions so that the ordered operator T maps $X(E)$ into $c(E)$, where $X(E)$ is a ***BLK*** space satisfies the AK property. In case $X(E)$ is a ***BLK*** space, we can derive necessary and sufficient conditions so that the ordered operator T maps $X(E)$ into $\ell_\infty(E)$ and T maps $X(E)$ into $\ell_1(E)$.

Keywords : Ordered convergent, Banach lattice, strictly monotone, uniformly monotone, uniformly local monotone, superposition operator, ordered operator, BLK space, AK properties.