INTISARI

SISTEM LINEAR TIPE TITIK-TETAP DI DALAM DIOID TOPOLOGIS DAN APLIKASINYA UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LINTASAN TERPENDEK

Oleh

NUR CHOLIS

10/297690/PA/13058

Suatu semiring $(E, \oplus, \otimes)$ disebut dioid apabila E terurut secara kanonik terhadap operasi $\oplus$, yaitu E adalah suatu himpunan terurut dengan relasi urutan kanonik $\leq$ yang dibangun oleh operasi $\oplus$. Himpunan E dapat dilengkapi dengan Sup-topologi. Jika setiap barisan *non-decreasing* yang terbatas ke atas di dalam E konvergen ke batas atas terkecilnya dan pengambilan limitnya kompatibel terhadap operasi $\oplus$ dan $\otimes$, maka $(E, \oplus, \otimes)$ disebut dioid topologis. Didefinisikan sistem linear tipe titik-tetap di dalam dioid topologis dengan bentuk $Y = Y \otimes A \oplus B$ di mana $A \in M_n(E)$ dan $B \in E^{m \times n}$ (m bilangan bulat $1 \leq m \leq n$). Misalkan A^* adalah limit dari $A^{(k)} = I \oplus A \oplus A^2 \oplus ... \oplus A^k$ untuk $k \to \infty$. A^* disebut *quasi-inverse* dari matriks A. Jika A^* ada dan memenuhi $A^* = I \oplus A \otimes A^* = I \oplus A^* \otimes A$, maka $Y = B \otimes A^*$ adalah solusi minimal dari sistem linear dengan bentuk $Y = Y \otimes A \oplus B$. Di sisi lain, suatu graf $G(A)$ dapat berasosiasi dengan suatu matriks $A \in M_n(E)$. Sebaliknya, matriks A dapat dipandang sebagai (generalisasi) matriks ikatan dari suatu graf bernilai $G(A)$. Akan ditunjukkan bahwa sistem linear tipe titik-tetap di dalam dioid topologis dapat digunakan untuk menyelesaikan beberapa permasalahan di dalam teori graf, khususnya masalah lintasan terpendek.

ABSTRACT

THE LINEAR SYSTEM OF THE FIXED-POINT TYPE IN TOPOLOGICAL DIOIDS AND ITS APPLICATION TO SOLVE THE SHORTEST PATH PROBLEMS

By

NUR CHOLIS

10/297690/PA/13058

A semiring $(E, \oplus, \otimes)$ is called dioid if E is canonically ordered with respect to $\oplus$, i.e. E is an ordered set by the canonical order relation $\leq$ induced by $\oplus$. We can endow E with the Sup-topology. If every non-decreasing sequence bounded from above in E is convergent to its least upper bound and taking the limit is compatible with the two laws $\oplus$ and $\otimes$ of the dioid, then $(E, \oplus, \otimes)$ is called topological dioid. A linear system of the fixed-point type in topological dioids is given by the form $Y = Y \otimes A \oplus B$ where $A \in M_n(E)$ and $B \in E^{m \times n}$ (m integer $1 \leq m \leq n$). Let A^* is the limit of $A^{(k)} = I \oplus A \oplus A^2 \oplus ... \oplus A^k$ for $k \to \infty$. A^* is called the quasi-inverse of matrix A. If A^* exists and satisfies $A^* = I \oplus A \otimes A^* = I \oplus A^* \otimes A$, then $Y = B \otimes A^*$ is the minimal solution for the linear system of the form $Y = Y \otimes A \oplus B$. In other hand, a graph $G(A)$ can be associated with a matrix $A \in M_n(E)$. Conversely, a matrix A can be considered as a (generalized) adjacency matrix of the valued graph $G(A)$. We will show that the linear system of the fixed-point type in topological dioids can be used to solve some problems in graph theory, especially to solve the shortest path problems.