



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>PRAKATA .....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO .....</b>	<b>vii</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xiv</b>
<b>INTISARI .....</b>	<b>xvi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvii</b>
<b>I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	3
1.3. Tujuan dan Manfaat Penelitian .....	4
1.4. Batasan Masalah .....	4
1.5. Metode Penelitian .....	5
1.6. Tinjauan Pustaka .....	5
1.7. Sistematika Penulisan .....	6
<b>II DASAR TEORI .....</b>	<b>7</b>
2.1. Probabilitas .....	7
2.1.1. Variabel Random Diskrit dan Kontinu.....	7
2.1.2. Fungsi Distribusi Kumulatif.....	8
2.1.3. Fungsi Kepadatan Peluang .....	9
2.1.4. Harga Harapan.....	9
2.1.5. Variansi.....	10
2.1.6. Harga Harapan Bersyarat .....	10
2.1.7. Fungsi Pembangkit Moment.....	10
2.2. Proses Stokastik .....	11
2.3. Model <i>Survival</i> .....	11



2.4. Model <i>Survival</i> Aktuaria .....	14
2.4.1. Percepatan Kematian ( <i>Force of Mortality</i> ).....	15
2.4.2. Harapan Hidup ( <i>Life Expectancy</i> ) .....	16
2.5. Tabel Mortalita ( <i>Life Table</i> ).....	17
2.5.1. Hubungan Fungsi <i>Survival</i> dengan Tabel Mortalita.....	18
2.5.2. <i>Central Rate of Death</i> .....	20
2.5.3. Hubungan antara $m(t, x)$ dan $q(t, x)$ .....	21
2.6. Fungsi <i>Link</i> .....	22
2.7. Dekomposisi Nilai Singular .....	23
2.7.1. Nilai Singular.....	23
2.7.2. Dekomposisi Nilai Singular .....	23
2.8. Distribusi Poisson .....	24
2.9. Regresi Poisson.....	24
2.9.1. Penaksiran Parameter Regresi Poisson .....	26
2.10. <i>Maximum Likelihood Estimation</i> (MLE).....	28
2.11. <i>Generalized Linear Model</i> (GLM) .....	30
2.12. <i>Generalized Age-Period-Cohord</i> (GAPC) <i>Stochastic Mortality</i> <i>Model</i> .....	31
2.11.1. Model <i>Lee-Carter</i> .....	34
2.11.2. Model Model Cairns-Blake-Dowd (CBD) dengan Efek <i>Cohort</i> dan Kuadratik.....	35
2.13. <i>Goodness of Fit</i> .....	37
2.13.1. <i>Residual Deviance</i> .....	37
2.13.2. AIC dan BIC .....	38
2.14. <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> (ARIMA).....	38
2.14.1. Pengujian Stasioneritas .....	39
2.14.2. <i>Auto Correlation Function</i> (ACF) dan <i>Partial</i> <i>Correlation Function</i> (PACF).....	40
2.14.3. Klasifikasi Model dalam Metode ARIMA.....	41
2.14.4. <i>Diagnostic Checking</i> .....	43
2.14.5. <i>Random Walk</i> .....	43
2.14.6. Peramalan.....	44



2.15. Metode Bootstrap .....	45
<b>III ESTIMASI PARAMETER DAN PERAMALAN</b>	
<b>MENGGUNAKAN POPULASI KECIL .....</b>	<b>47</b>
3.1. Estimasi Parameter Model <i>Lee-Carter</i> .....	47
3.2. Estimasi Parameter Model CBD M7 .....	48
3.2.1. Metode GNM dengan <i>Fisher Scoring</i> .....	50
3.2.2. Metode <i>Iteratively Weighted Least Square (IWLS)</i> .....	51
3.3. Distribusi MLE pada Sampel <i>Finite(Terbatas)</i> .....	53
3.3.1. Distribusi Asimtotik dari MLE.....	54
3.4. Proyeksi Kematian ( <i>mortality</i> ).....	56
2.4.1. Memproyeksikan Efek Periode ( <i>Period Effect</i> ) .....	56
2.4.2. Memproyeksikan Efek Kohor ( <i>Cohort Effect</i> ).....	57
3.5. Peramalan dengan Model ARIMA .....	58
3.6. Estimasi $q_{x,t}$ dan Angka Harapan Hidup .....	61
<b>IV STUDI KASUS .....</b>	<b>64</b>
4.1. Data .....	64
4.2. Estimasi Parameter Model .....	65
4.2.1. Hasil Estimasi Parameter Model <i>Lee-Carter</i> .....	65
4.2.2. Hasil Estimasi Parameter M7.....	68
4.3. Perbandingan Nilai <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) .....	74
4.3.1. Model <i>Lee-Carter</i> .....	74
4.3.2. Model M7 .....	75
4.4. Proyeksi Kematian ( <i>Mortality</i> ) Model M7 .....	79
4.4.1. Memproyeksikan Efek Periode ( <i>Period Effect</i> ).....	79
4.4.2. Memproyeksikan Efek Kohor ( <i>Cohort Effect</i> ) .....	80
4.5. Peramalan $\kappa_t^{(i)}$ dan $\gamma_{t-x}^{(4)}$ pada Model CBD M7 .....	84
4.6. Ketakpastian Parameter ( <i>Parameter Uncertainty</i> ).....	85
4.7. Peramalan $m_{t,x}$ dan $q_{t,x}$ dengan Model M7 .....	88
4.8. Penghitungan Angka Harapan Hidup .....	89
<b>V PENUTUP.....</b>	<b>91</b>
5.1. Kesimpulan .....	91
5.2. Saran .....	91



<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>92</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>95</b>



## DAFTAR TABEL

2.1.	Fungsi Link Beberapa Distribusi.....	22
3.1.	Rangkuman Sifat-Sifat ACF dan PACF.....	59
4.1.	Data Jumlah Kematian Penduduk Laki-laki ( $D_{t,x}$ ) England dan Wales Tahun 1961-2011.....	64
4.2.	Nilai <i>Central Exposure</i> ( $E_{t,x}$ ) Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	65
4.3.	Nilai <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	65
4.4.	Estimasi Parameter $\alpha_x$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	66
4.5.	Estimasi Parameter $\beta_x^{(1)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	67
4.6.	Estimasi Parameter $\hat{\kappa}_t^{(1)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	68
4.7.	Perhitungan Parameter $\beta_x^{(i)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	69
4.8.	Estimasi Parameter $\kappa_t^{(i)}$ untuk $w = 1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	69
4.9.	Estimasi Parameter $\kappa_t^{(i)}$ untuk $w = 1.001$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	69
4.10.	Estimasi Parameter $\kappa_t^{(i)}$ untuk $w = 1.01$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	69
4.11.	Estimasi Parameter $\kappa_t^{(i)}$ untuk $w = 1.1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	70
4.12.	Estimasi Parameter $\gamma_{t-x}^{(4)}$ untuk $w = 1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	72
4.13.	Estimasi Parameter $\gamma_{t-x}^{(4)}$ untuk $w = 1.001$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	72
4.14.	Estimasi Parameter $\gamma_{t-x}^{(4)}$ untuk $w = 1.01$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	72



4.15.	Estimasi Parameter $\gamma_{t-x}^{(4)}$ untuk $w = 1.1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	73
4.16.	Nilai Estimasi <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) model LC Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	74
4.17.	Nilai Estimasi <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) model CBD M7 untuk $w = 1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	75
4.18.	Nilai Estimasi <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) model CBD M7 untuk $w = 1.001$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	75
4.19.	Nilai Estimasi <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) model CBD M7 untuk $w = 1.01$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	75
4.20.	Nilai Estimasi <i>Central Death Rates</i> ( $m_{t,x}$ ) model CBD M7 untuk $w = 1.1$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	76
4.21.	Jumlah Parameter, Nilai AIC dan BIC untuk Model <i>Lee-Carter</i> dan M7 Menggunakan Data Mortalita Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	79
4.22.	Standar Deviasi dari <i>Point Estimator</i> $\hat{\mu}_{i,j}^w$ dengan $i = 1,2,3$ .....	79
4.23.	Estimasi nilai matrix covarian $\hat{V}_{\epsilon,j}^w$ dengan $i, k = 1,2,3$ untuk $w = 1.001$ .....	80
4.24.	Estimasi nilai matrix covarian $\hat{V}_{\epsilon,j}^w$ dengan $i, k = 1,2,3$ untuk $w = 1.01$ .....	80
4.25.	Estimasi nilai matrix covarian $\hat{V}_{\epsilon,j}^w$ dengan $i, k = 1,2,3$ untuk $w = 1.1$ .....	80
4.26.	Estimasi nilai matrix covarian $\hat{V}_{\epsilon,j}^w$ dengan $i, k = 1,2,3$ untuk $w = 1$ .....	80
4.27.	Nilai AIC Masing-Masing Model ARIMA.....	83
4.28.	Hasil Peramalan Nilai $\hat{\kappa}_t^{(1)}$ Selama 20 Tahun ke Depan dari Tahun 2012 – 2031.....	84
4.29.	Hasil Peramalan Nilai $\hat{\gamma}_{t-x}^{(4)}$ dari Tahun 1959 – 1981.....	84
4.30.	Peramalan $\hat{m}_{t,x}$ Penduduk England dan Wales Tahun 2012 – 2031.....	88
4.31.	Peramalan $\hat{q}_{t,x}$ Penduduk England dan Wales Tahun 2012 – 2031.....	88
4.32.	Hasil Peramalan Usia Harapan Hidup Penduduk England dan Wales....	89



4.33. Peramalan Usia Harapan Hidup Usia 0, 20, 30, 40, 50, dan 80 tahun .... 90



## DAFTAR GAMBAR

4.1.	Plot estimasi parameter $\hat{\alpha}_x$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales (usia 0-100 ) Tahun 1961-2011 .....	66
4.2.	Plot estimasi parameter $\hat{\alpha}_x$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales (usia 50-89 ) Tahun 1961-2011 .....	66
4.3.	Plot Estimasi Parameter $\beta_x^{(1)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	67
4.4.	Plot Estimasi Parameter $\kappa_t^{(1)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	68
4.5.	Plot estimasi parameter $\hat{\kappa}_t^{(1)}$ untuk $w = 1.1.001.1.01.1.1$ model M7 Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	70
4.6.	Plot estimasi parameter $\hat{\kappa}_t^{(2)}$ untuk $w = 1.1.001.1.01.1.1$ model M7 Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	71
4.7.	Plot estimasi parameter $\hat{\kappa}_t^{(3)}$ untuk $w = 1.1.001.1.01.1.1$ model M7 Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	71
4.8.	Plot estimasi parameter $\hat{\gamma}_{t-x}^{(4)}$ untuk $w = 1.1.001.1.01.1.1$ model M7 Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	73
4.9.	Nilai <i>Central Death Rates</i> untuk $w = 1.001, 1.01, 1.1$ model CBD (M7) Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	76
4.10.	Nilai <i>Central Death Rates</i> model LC dan model M7 Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	77
4.11.	<i>Heat-Maps</i> dari Residual Deviance untuk Model-Model Mortalitas Stokastik pada Data Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	77
4.12.	<i>Scatter Plots</i> dari Residual Deviance untuk Model-Model Mortalitas Stokastik pada Data Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	78
4.13.	Plot ACF dan PACF nilai $\hat{\gamma}_{t-x}^{(4)}$ Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011.....	81



4.14.	Plot Estimasi Parameter $\gamma_{t-x}^{(4)}$ setelah <i>differencing</i> .....	82
4.15.	Hasil Uji ADF <i>differencing</i> pertama .....	82
4.16.	Hasil Uji Ljung-Box <i>differencing</i> pertama .....	82
4.17.	Plot ACF dan PACF nilai $\hat{\gamma}_{t-x}^{(4)}$ setelah <i>differencing</i> pertama Penduduk Laki-Laki England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	83
4.18.	Peramalan Parameter $\hat{\kappa}_t^i$ dan $\hat{\gamma}_t^4$ 20 tahun ke Depan.....	85
4.19.	Bootstrap Parameter pada Model M7 untuk Data Mortalita Penduduk England dan Wales Tahun 1961-2011 .....	86
4.20.	95% Prediksi Interval untuk <i>Mortality Rates</i> usia 65, 75, dan 85 tahun Pada Model M7 Penduduk England dan Wales Tahun 1961-2011.....	87