

## INTISARI

### **ALGORITMA DAN IMPLEMENTASI SOLUSI NUMERIK BIFURKASI FOLD DAN BIFURKASI HOPF DENGAN BAHASA PEMROGRAMAN PYTHON (Studi Kasus: Model Populasi Tunggal dan Model Mangsa Pemangsa)**

Oleh

MUHAMMAD NATSIR

14/369617/PA/16403

Bifurkasi Fold merupakan bifurkasi yang berkaitan dengan munculnya nilai eigen sama dengan nol pada linearisasi sistem dinamik kontinu di sekitar titik ekuilibrium. Jika dilakukan variasi parameter secara kontinu, maka sistem dinamik memiliki dua titik ekuilibrium kemudian pada parameter tertentu kedua titik ekuilibrium menyatu dan setelah melewati parameter tersebut titik ekuilibrium tersebut menghilang. Bifurkasi Hopf merupakan bifurkasi yang berkaitan dengan munculnya nilai eigen imajiner murni pada linearisasi sistem dinamik kontinu di sekitar titik ekuilibrium seiring dengan perubahan nilai parameter secara kontinu. Kurva tertutup akan dihasilkan oleh sistem dinamik kontinu tersebut setelah melewati nilai bifurkasi. Di sekitar kurva tertutup terdapat trayektori spiral yang mendekati atau menjauhi kurva tertutup tersebut untuk parameter tertentu. Jika trayektori spiral mendekati kurva tertutup, maka disebut bifurkasi Hopf superkritikal. Jika trayektori spiral menjauhi kurva tertutup, maka disebut bifurkasi Hopf subkritikal. Pada skripsi ini, penulis membahas bentuk normal dan bentuk generik dari bifurkasi Fold dan bifurkasi Hopf dalam sistem dinamik kontinu serta penulis menyusun algoritma solusi numerik menggunakan bahasa pemrograman Python dan implementasinya pada model matematika yang mengalami bifurkasi Fold dan bifurkasi Hopf. Implementasi algoritma solusi numerik tersebut disajikan dalam bentuk potret fase dan diagram bifurkasi.

## **ABSTRACT**

### **ALGORITHM AND IMPLEMENTATION NUMERICAL SOLUTION FOR FOLD BIFURCATION AND HOPF BIFURCATION WITH PYTHON (Case Studies: Single Population Model and Predator-Prey Model)**

By

MUHAMMAD NATSIR

14/369617/PA/16403

Fold bifurcation is associated with the appearance of zero eigen values on continuous dynamic systems linearization near the equilibrium points. As a parameter is varied, two equilibrium points move toward each other, collide, and mutually annihilate. Hopf bifurcation is associated with the purely imaginary eigen values which is appeared on continuous dynamic system linearization near the equilibrium points. Closed curve will be generated by that continuous dynamic system after passing bifurcation value. Near closed curve, for certain parameter there exist spiral trajectories which are either approach or avoid the curve. If spiral trajectories approach that closed curve then system has undergone supercritical Hopf bifurcation. If spiral trajectories avoid that closed curve then system has undergone subcritical Hopf bifurcation. In this thesis, we deal with the normal form and generic form of Fold bifurcation and Hopf bifurcation on continuous dynamic system and how to construct numerical solution algorithm by using programming language Python to solve mathematics model that has undergone Fold bifurcation and Hopf bifurcation. The result of implementation of numerical solution algorithm on mathematical model is illustrated by phase portrait and bifurcation diagram.