ABSTRACT

In developing an oil field, reservoir characterization is very important. Multi million investments are decided based on the performance prediction resulting from reservoir characterization models. In building models for reservoir characterization, the ability to predict unsampled locations is imperative since the information usually is not available everywhere. Kriging is one method in geostatistics that provides the ability to predict value in unsampled location in consistent manner. In this research, the kriging method was reviewed and some improvement in solving kriging problem as a system of normal equations was investigated.

Kriging can be seen as a system of normal equations as follow

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{D}$$

with **C** is covariance matrix, **w** is an array containing kriging weight, and **D** is an array containing information of the variance between data to the predicted location. In this case, actually we are solving **w** from the above equation as follows:

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{D}$$

In solving a linear system of equations, most of the effort is to invert the covariance matrix, $\mathbf{C}^{-1}$. Once the covariance matrix is inverted the rest of the efforts are arithmetically simple. As in linear system theory, as long as the matrix is non-singular, the sparser and the smaller the bandwidth of the matrix, the easier the matrix is converted. Wavelet transform hold some promise for transforming the full

ABSTRACT

In developing an oil field, reservoir characterization is very important. Multi million investments are decided based on the performance prediction resulting from reservoir characterization models. In building models for reservoir characterization, the ability to predict unsampled locations is imperative since the information usually is not available everywhere. Kriging is one method in geostatistics that provides the ability to predict value in unsampled location in consistent manner. In this research, the kriging method was reviewed and some improvement in solving kriging problem as a system of normal equations was investigated.

Kriging can be seen as a system of normal equations as follow

$$\mathbf{C} \quad \mathbf{w} = \mathbf{D}$$

with **C** is covariance matrix, **w** is an array containing kriging weight, and **D** is an array containing information of the variance between data to the predicted location. In this case, actually we are solving **w** from the above equation as follows:

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{D}$$

In solving a linear system of equations, most of the effort is to invert the covariance matrix, $\mathbf{C}^{-1}$. Once the covariance matrix is inverted the rest of the efforts are arithmetically simple. As in linear system theory, as long as the matrix is non-singular, the sparser and the smaller the bandwidth of the matrix, the easier the matrix is converted. Wavelet transform hold some promise for transforming the full

covariance matrix, which is full matrix to the sparser one. The workflow to entail wavelet into the solution of normal equation of kriging system is as follows:

1. Conduct wavelet transform to the normal equation, as in $\mathbf{wCw}$. $\mathbf{ww} = \mathbf{wD}$, so that $\mathbf{C}_w$. $\mathbf{w}_w = \mathbf{D}_w$ is applied with $\mathbf{C}_w$, $\mathbf{w}_w$, and $\mathbf{D}_w$ is transformed covariance matrix, weight array and variance array respectively. In this step only transformed covariance matrix and variance array are possible.
2. Solve for $\mathbf{w}_w$ by inverting the covariance matrix in wavelet domain and apply $\mathbf{w}_w = \mathbf{C}_w^{-1} . \mathbf{D}_w$.
3. Transform back $\mathbf{w}_w$ to the real domain, $\mathbf{w}$.

From the above workflow; the computational efforts can be divided into three parts. First is wavelet transform of covariance matrix and variance array, second is inversion of transformed covariance matrix, third is solving for $\mathbf{w}_w$ and transform to $\mathbf{w}$. The first and second steps were similar for cases with similar data sizes and the number of estimated point, but the second step is depend on the wavelet used for the transform. Several wavelets were evaluated in this research. It was determined that *Riyad2* wavelet was the most suited of the alternative wavelets evaluated.

Even though *Riyad2* wavelet gave the sparsest transformed matrix comparing with the other available wavelet, but its coefficients were not optimized yet. More research was conducted to optimize the wavelet coefficients to provide optimum wavelet for transforming covariance matrix so that the effort to invert the covariance matrix is minimum. Least Mean Squared (LMS) method, one of adaptive approaches, was used to optimize the wavelet.

Comparing flops required for inverting covariance matrix. For the same size of data input (64 data points) conventional kriging require 544,522 flops. For variogram range 0.1, *Daubechies-4* wavelet require 33,692 flops, Riyad2 require 17,369 flops, while adaptive wavelet require 128 flops.

From the adaptive approach of wavelet coefficient, several conclusions can be drawn as follows:

1. The wavelet coefficient is dependent on the correlation range of the variogram
2. The longer the variogram range the wider the bandwidth of the transformed variogram even using the optimum wavelet
3. The optimum wavelet is not sensitive to the variogram type.

ABSTRAK

Dalam mengembangkan suatu lapangan minyak, pekerjaan karakterisasi reservoir adalah sangat penting. Trilyunan keputusan investasi diambil berdasarkan hasil prediksi dari model yang dihasilkan oleh karakterisasi reservoir. Dalam membangun suatu model untuk karakterisasi reservoir, kemampuan untuk memperkirakan suatu nilai pada lokasi yang tidak diambil datanya adalah sangat penting. Kriging adalah salah satu metode perkiraan yang banyak dipakai pada geostatistik. Pada riset ini metoda kriging akan dipelajari dan beberapa peningkatan kinerja komputasi akan dicari

Kriging dapat dilihat sebagai system persamaan normal sebagai berikut:

$$\mathbf{C}\,\mathbf{w} = \mathbf{D}$$

Dengan $\mathbf{C}$ adalah matriks kovarians, $\mathbf{w}$ adalah larik bobot kriging, dan $\mathbf{D}$ adalah suatu larik yang berisi informasi varians antara data dengan lokasi dimana prediksi akan dilakukan. Pada kasus ini masalah yang akan diselesaikan adalah mencari nilai bobot, $\mathbf{w}$, dari persamaan diatas seperti

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{D}$$

Dalam menyelesaikan suatu sistem linear seperti diatas, tantangannya adalah bagaimana mencari bentuk pembalikan (inversi) dari matriks kovarians, $\mathbf{C}^{-1}$.

Demikian matriks kovarians didapatkan bentuk pembalikannya proses selanjutnya akan relatif lebih sederhana.

Seperti disebutkan dalam teori tentang sistem linear, sepanjang matriks berbentuk non-singular, semakin jarang dan semakin memadat kearah diagonal (kompak) maka matriks tersebut memerlukan usaha komputasi yang semakin sedikit untuk operasi pembalikan. Transformasi gelombang singkat (GS) menjanjikan suatu transformasi yang merupakan penjarangan matriks, atau dengan kata lain merubah suatu matriks kedalam bentuk yang labih jarang daripada sebelum dilakukan transformasi. Alir kerja untuk mengikutkan GS kedalam penyelesaian persamaan normal adalah sebagai berikut:

1. Lakukan transformasi GS pada persamaan normal sehingga wCw ww = wD, sehingga menjadi $\mathbf{C}_{\mathbf{w}}\, w_{w} = \mathbf{D}_{\mathbf{w}}$ dengan $\mathbf{C}_{\mathbf{w}}$, $\mathbf{w}_{\mathbf{w}}$, dan $\mathbf{D}_{\mathbf{w}}$ adalah matriks kovarians, larik bobot, dan larik varians dalam bentuk tertransformasi dengan GS.
2. Cari nilai ww dengan menyelesaikan $w_{w} = \mathbf{C}_{\mathbf{w}}^{-1}\,\mathbf{D}_{\mathbf{w}}$
3. Transformasi balik $\mathbf{w}_{\mathbf{w}}$ kedalam bentuk **w**.

Dari alir kerja diatas, usaha komputasi bisa dibagi manjadi tiga bagian. Pertama adalah transformasi GS untuk matriks kovarians (**C**) dan lariks varians (**D**), kedua adalah operasi pembalikan matriks kovarians dalam bentuk tertransformasi ($\mathbf{C}_{\mathbf{w}}$) dan ketiga adalah penyelesaian bentuk $w_w = \mathbf{C}_w^{-1}\,\mathbf{D}_w$ dan transformasi balik $\mathbf{w}_w$ ke dalam bentuk aslinya, $\mathbf{w}$. Langkah pertama dan ketiga relatif konstant pada masing-masing masalah. Tetapi langkah kedua tergantung dari bentuk GS yang dipakai. Beberapa bentuk GS dievaluasi dalam penelitian ini, dan dari beberapa GS yang tersedia ternyata GS *Riyad2* merupakan GS yang paling cocok untuk masalah kriging, dalam pengertian bahwa GS *Riyad2* memberikan matriks dengan bentuk yang paling jarang dan kompak.

Meskipun GS *Riyad2* memberikan hasil transformasi yang paling jarang dan paling kompak dibandingkan dengan GS lain yang tersedia, tetapi GS tersebut dirasa belum optimum dalam artian bahwa kemungkinan koefisien GS tersebut masih bisa di optimumkan sehingga memberikan hasil matriks yang tertmasformasi menjadi lebih jarang dan lebih kompak. Penelitan selanjutnya dilakukan untuk mengoptimisasikan koefisien GS. Dalam hal ini metode rata-rata pangkat terkecil (Least Mean Squared), salah datu pendekatan yang bersifat adaptif dipakai untuk melakukan optimisasi koefisien GS.

Untuk ukuran data yang sama (64 titik data), flops yang dibutuhkan untuk operasi pembalikan matriks dibandingkan. Kriging memerlukan 544,522 flops. Untuk jarak korelasi variogram 0.1, *Daubechies-4* memerlukan 33,692 flops, *Riyad2* memerlukan 17,369 flops, sedangkan wavelet adaptif memerlukan 128 flops.

Dari pendekatan adaptif untuk optimisasi koefisien GS beberapa kesimpulan dapat ditarik

1. Koefisien GS dipengaruhi oleh jarak korelasi dari variogram
2. Semakin panjang jarak korelasi varogram lebar-pita (*bandwidth*) dari kovarians matriks yang tertransformasi semakin besar.
3. GS yang optimum tidak dipengaruhi oleh parameter variogram yang lain kecuali panjang jarak korelasi.