

## INTISARI

# KOMPARASI PROSES DUNKEL-HANGGI DENGAN PROSES ORNSTEIN-UHLENBECK RELATIVISTIK DAN TINJAUAN DALAM RUANG KECEPATAN

Oleh

METIAS APUL ABRAHAM

13/352956/PA/15705

Telah dilakukan kajian teoritik komparasi model gerak Brown relativistik dan analisa proses difusi dalam ruang kecepatan. Secara khusus perbandingan proses Dunkel-Hanggi dan proses Ornstein-Uhlenbeck relativistik disajikan secara detail. Berangkat dari proses Dunkel-Hanggi yang mengkonstruksi gerak Brown dalam dua kasus. Pertama dalam kasus-1 + 1 dimensi, Dunkel-Hanggi memperoleh persamaan Langevin yang memuat koefisien perkalian derau putih  $\gamma(p)$ . Kemudian persamaan tersebut ditinjau menggunakan pendekatan Ito, Stratonovich, dan Hanggi-Klimontovich. Melalui interpretasi Hanggi-Klimontovich diperoleh fungsi distribusi Juttner. Pada kasus-1 + 3 konstruksi gerak Brown di bawah pengaruh medan eksternal. Pada kasus ini diperoleh persamaan Langevin yang memuat koefisien perkalian derau putih Gaussian  $L^{-1}(p)$ . Kemudian persamaan tersebut dikaji menggunakan pendekatan Ito, Stratonovich dan Hanggi Klimontovich. Melalui pendekatan terakhir diperoleh fungsi distribusi Juttner. Konklusi dari dua kasus ini bermuara pada hasil yang sama, yaitu fungsi distribusi Juttner. Proses selanjutnya adalah proses Ornstein-Uhlenbeck relativistik. Pada proses ini persamaan Langevin terkait memuat derau additive Gaussian yang menuntun pada satu persamaan Fokker-Planck yang disebut sebagai persamaan Kramers. Melalui persamaan tersebut diperoleh fungsi distribusi Juttner dan relasi fluktuas-disipasi relativistik. Kemudian proses difusi dalam ruang kecepatan dikaji untuk mendeskripsikan difusi dalam keragaman Lorentzian dengan metrik indefinit. Pada proses ini diperoleh persamaan Langevin dalam untingan ruang posisi, kecepatan, dan kerangka orthonormal bergerak yang menuntun pada persamaan Kramers relativistik. Persamaan yang diperoleh tersebut invarian terhadap transformasi Lorentz.

*Kata-kata kunci : Gerak Brown, Proses Difusi, Relativitas, Ruang Kecepatan*

## ABSTRACT

### A COMPARISON OF DUNKEL-HANGGI PROCESS WITH RELATIVISTIC ORNSTEIN-UHLENBECK PROCESS AND STUDY ON VELOCITY SPACE

By

METIAS APUL ABRAHAM

13/352956/PA/15705

A comparison of relativistic Brownian motion models and diffusion process on velocity space has been studied. Particularly Dunkel-Hanggi process and Ornstein-Uhlenbeck process comparison are presented in detail. Starting from Dunkel-Hanggi process which constructs their model in two cases. First in  $1 + 1$ -dimensional cases, Dunkel-Hanggi obtained Langevin equation which consists a multiplicative Gaussian noise coefficient  $\gamma(p)$ . The corresponding Langevin equation are discussed in context of Ito discretization rule, Stratonovich rule, and Hanggi-Klimontovich rule. It is found that Hanggi-Klimontovich interpretation leads to Fokker-Planck equation with its solution is Juttner distribution. The Second case is  $1 + 3$  dimensional, Dunkel-Hanggi constructs this model under the influence of external force. In this case, the Langevin equation with multiplicative Gaussian white noise coefficient  $L^{-1}(p)$  is obtained. Then the corresponding Langevin equation are discussed with Ito interpretation, Stratonovich interpretation and Hanggi-Klimontovich interpretation, which in Hanggi-Klimontovich interpretation the Langevin equation leads to Fokker-Planck equation with its solution on agreement with Juttner distribution. The results from both cases lead to the same conclusion. Then the next process is Ornstein-Uhlenbeck relativistic. In this process, the corresponding Langevin equation consists additive Gaussian noise which lead to one Fokker-Planck equation which is called Kramers equation. From Kramers equation then Juttner distribution and relativistic dissipation-fluctuation relation are obtained. The culmination point of this study is diffusion process on velocity space to describe Lorentzian manifold with indefinite metric. Velocity space is Riemannian manifold 3-dimensional non compact embedded on Minkowski space. It is found in this process that Langevin equation are defined on fiber space of position, velocity and orthonormal frame. The obtained equation leads to Kramers equation which is invariant under Lorentz Transformation

*Keywords : Brownian Motion, Diffusion Process Relativity, Velocity Space*