

## INTISARI

### **Sifat-Sifat Modul Bagus Sebagai Pengembangan Modul Bersih**

Oleh

ATUN ISMARWATI

11/324511/SPA/00392

Modul  $M$  atas ring  $R$  disebut modul bersih (*clean module*) jika ring endomorfismanya, yaitu  $\text{End}_R(M)$ , merupakan ring bersih. Dalam hal ini diperoleh pengertian submodul bersih, yaitu submodul disebut modul bersih jika submodul tersebut merupakan modul bersih. Faktanya pada sebarang modul bersih, belum tentu setiap submodulnya bersih, sebagai contoh modul  $\mathbb{Q}$  atas ring  $\mathbb{Z}$  merupakan modul bersih, tetapi terdapat modul  $\mathbb{Z}$  atas ring  $\mathbb{Z}$  sebagai submodul di  $\mathbb{Q}$  yang bukan modul bersih. Berdasarkan fakta tersebut muncul pengertian modul bagus (*nice module*), yaitu suatu modul  ${}_R M$  disebut modul bagus jika setiap submodulnya bersih.

Pembahasan modul bagus tidak terlepas dari beberapa sifat bersih pada ring, ideal maupun modul. Dalam penelitian ini telah diselidiki syarat cukup modul bagus, modul semisederhana dan modul berhingga merupakan modul bagus. Selanjutnya berdasarkan syarat cukup tersebut diperoleh sifat-sifat modul bagus, khususnya yang terkait dengan modul faktor dan jumlah langsung dari modul bagus. Sifat lain dari modul bagus di antaranya modul faktor bagus, dan peta homomorfis modul bagus merupakan modul bagus.

Dalam modul bersih belum tentu setiap submodulnya merupakan submodul bersih, melainkan mungkin hanya beberapa jenis submodul saja, misalnya penjumlahan langsung atau submodul invarian penuh. Oleh karena itu dapat dibentuk kelas-kelas modul bersih berdasarkan jenis submodulnya.

Pada kenyataannya kelas-kelas modul bersih  $\alpha$  tidak tertutup terhadap submodul-submodulnya, tetapi dengan menambahkan syarat tertentu, diperoleh kelas-kelas modul bersih yang tertutup terhadap submodulnya. Sebagai contoh subkelas modul-modul bersih  $\alpha$  yang tertutup terhadap submodul invarian penuh, dalam hal ini modul duo merupakan modul bagus. Selanjutnya dalam subkelas modul-modul bersih  $\alpha$  yang tertutup terhadap penjumlahan langsungnya berakibat setiap modul yang setiap submodul esensialnya berada di  $\alpha$  merupakan modul bagus.

## ABSTRACT

### **Properties of Nice Modules as Advancement of Clean Modules**

By

ATUN ISMARWATI

11/324511/SPA/00392

A module  $M$  over ring  $R$  is called a clean module if its ring endomorphism, i.e.,  $End_R(M)$ , is a clean ring. In this sense, it has been obtained a meaning of a clean submodule; a submodule is called a clean module if the submodule is a clean module. In fact on any clean module, it is not necessarily that every submodule of it is clean. For example,  $\mathbb{Q}$  module over  $\mathbb{Z}$  ring is a clean module but there is  $\mathbb{Z}$  module over  $\mathbb{Z}$  ring as a submodule in  $\mathbb{Q}$  which is not a clean module. Based on the fact, a notion of nice module is emerged that is an  $_R M$  module is defined as a nice module if every submodule of it is clean.

Discussion of nice modules can not be separated from some clean properties on rings, ideal or even modules. In this study it is investigated a sufficient condition for nice modules, semi simple modules and finite modules which are nice modules. Furthermore based on the sufficient condition, properties of nice modules are obtained particularly related to factor modules and direct summands of nice modules. Other properties of nice modules are nice factor modules and homomorphisms maps of nice modules are nice modules.

Every submodule in a clean module is not necessarily a clean submodule but probably only on some types of the submodules, e.g. direct summands or fully invariant submodules. Therefore, the module classes can be established based on the types of the submodules.

In fact clean modules class  $\alpha$  are not closed to their submodules. However by adding certain conditions, clean module classes which are closed to its submodules are obtained. For example, clean module subclasses which are closed to its fully invariant submodules. In this case, a duo module is a nice module. Another achieved result is in clean module subclasses  $\alpha$  which are closed to its direct summand, a module where each of its essential submodules in is nice module.