UNIVERSITAS
GADJAH MADA
SEPUTAR ?(0)-IDEAL PADA RING KOMUTATIF
Ikhsanudin Muhammad Nurzaini, Iwan Ernanto S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

INTISARI

SEPUTAR $\delta(0)$-IDEAL PADA RING KOMUTATIF

Oleh

IKHSANUDIN MUHAMMAD NURZAINI

22/497978/PA/21472

Pada skripsi ini dikaji konsep $\delta(0)$-ideal pada ring komutatif sebagai suatu perumuman yang menyatukan beberapa jenis ideal yang telah dikenal, yaitu n-ideal, ideal prima, ideal primer, dan ideal δ-primer, dalam satu kerangka yang lebih umum melalui pendekatan fungsi ekspansi ideal. Ideal $\delta(0)$-ideal didefinisikan sebagai ideal sejati I pada ring komutatif R sedemikian hingga untuk setiap $a, b \in R$ dengan $ab \in I$ berlaku $a \in \delta(0)$ atau $b \in I$, dengan δ adalah fungsi ekspansi ideal pada R.

Dikaji sifat-sifat struktural dari ideal $\delta(0)$, antara lain setiap $\delta(0)$-ideal termuat di dalam $\delta(0)$, irisan dari koleksi $\delta(0)$-ideal kembali merupakan ideal $\delta(0)$, serta pada ring lokal dengan ideal maksimal $\delta(0)$ berlaku ekuivalensi bahwa setiap elemen ring adalah unit atau δ-nilpoten jika dan hanya jika setiap ideal sejati adalah $\delta(0)$-ideal. Dikaji pula pengawetan sifat $\delta(0)$-ideal melalui fungsi homomorfisma, ring kuosien, dan ring lokalisasi. Selanjutnya, sifat-sifat tersebut diverifikasi pada beberapa contoh ring konkret, yaitu ring $\mathbb{Z}_{p^k}$ dengan fungsi ekspansi $\delta_+(I) = I + p\mathbb{Z}_{p^k}$, ring $\mathbb{Z}_n$ dengan n tertentu dan fungsi ekspansi identitas δ_0, serta ring bilangan bulat $\mathbb{Z}$ beserta pelokalannya $\mathbb{Z}_{(p)}$ dengan beberapa pilihan fungsi ekspansi.

Kata kunci: ring komutatif, ideal $\delta(0)$-ideal, fungsi ekspansi ideal, n-ideal, ideal prima, ring lokalisasi, ring lokal.

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
SEPUTAR ?(0)-IDEAL PADA RING KOMUTATIF
Ikhsanudin Muhammad Nurzaini, Iwan Ernanto S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

ABSTRACT

On $\delta(0)$-Ideals in Commutative Rings

By

IKHSANUDIN MUHAMMAD NURZAINI

22/497978/PA/21472

This undergraduate thesis studies the concept of $\delta(0)$-ideals in commutative rings as a generalization that unifies several well-known types of ideals, namely n-ideals, prime ideals, primary ideals, and δ-primary ideals, within a broader framework through the approach of ideal expansion functions. A $\delta(0)$-ideal is defined as a proper ideal I of a commutative ring R such that for every $a, b \in R$ with $ab \in I$, either $a \in \delta(0)$ or $b \in I$, where δ is an ideal expansion function on R.

The structural properties of $\delta(0)$-ideals are investigated, including the fact that every $\delta(0)$-ideal is contained in $\delta(0)$, the intersection of a collection of $\delta(0)$-ideals is again a $\delta(0)$-ideal, and in a local ring whose maximal ideal is $\delta(0)$, the equivalence holds that every element is either a unit or δ-nilpotent if and only if every proper ideal is a $\delta(0)$-ideal. The preservation of the $\delta(0)$-ideal property under ring homomorphisms, quotient rings, and localization rings is also examined. Furthermore, these properties are verified on several concrete ring examples, namely the ring $\mathbb{Z}_{p^k}$ with expansion function $\delta_+(I) = I + p\mathbb{Z}_{p^k}$, the ring $\mathbb{Z}_n$ with certain n and identity expansion function δ_0, and the ring of integers $\mathbb{Z}$ together with its localization $\mathbb{Z}_{(p)}$ under several choices of expansion functions.

Keywords: commutative ring, $\delta(0)$-ideal, ideal expansion function, n-ideal, prime ideal, localization ring, local ring.