UNIVERSITAS
GADJAH MADA
Analisis Fungsi Penalti Gerber-Shiu dalam Model Risiko Erlang-Difusi dengan Struktur Dependensi
Ariel Haposan, Danang Teguh Qoyyimi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . . **i**
HALAMAN PENGESAHAN . . . . . **ii**
HALAMAN PERNYATAAN . . . . . **iii**
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . . **iv**
HALAMAN MOTTO . . . . . **v**
PRAKATA . . . . . **vi**
DAFTAR ISI . . . . . **ix**
DAFTAR TABEL . . . . . **xiii**
DAFTAR GAMBAR . . . . . **xiv**
DAFTAR LAMBANG . . . . . **xv**
INTISARI . . . . . **xix**
ABSTRACT . . . . . **xx**
I Pendahuluan **1**
1.1. Latar Belakang dan Perumusan Masalah 1
1.2. Tujuan dan Manfaat Penelitian 4
1.3. Tinjauan Pustaka 5
1.3.1. Teori *ruin* dan fungsi Gerber-Shiu 5
1.3.2. Model risiko dengan perturbasi difusi dan dependensi 6
1.3.3. Distribusi Erlang dan FGM *copula* 6
1.4. Metodologi Penelitian 7
1.5. Sistematika Penulisan 9
II Dasar Teori **11**
2.1. Peubah Acak dan Besaran Dasar 11
2.1.1. Peubah acak, fungsi distribusi, dan fungsi ketahanan 11
2.1.2. Rataan, ragam, momen, dan kovariansi 12
2.1.3. Distribusi bersama, independensi, dan nilai harapan bersyarat 13
2.2. Proses Stokastik, Filtrasi, dan *Martingal* 14
2.2.1. Proses stokastik dan filtrasi 14
2.2.2. Waktu henti dan *hitting time* 14
2.2.3. *Martingale* 15
2.3. *Renewal Process* dan Model Risiko 15
2.3.1. *Renewal process* dan proses klaim agregat 15
2.3.2. Proses risiko dan kuantitas terkait *ruin* 16

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
Analisis Fungsi Penalti Gerber-Shiu dalam Model Risiko Erlang-Difusi dengan Struktur Dependensi
Ariel Haposan, Danang Teguh Qoyyimi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

2.4. Distribusi Eksponensial 17
2.5. Distribusi Erlang 17
2.6. Distribusi Inverse Gaussian 18
2.7. Distribusi Normal dan *Brownian Motion* 19
2.7.1. Distribusi normal 19
2.7.2. *Brownian motion* 19
2.8. Distribusi Brownian dengan Drift dan *Hitting Time* 20
2.9. Copula dan FGM Copula 21
2.9.1. Copula dan Teorema Sklar 21
2.9.2. FGM copula 22
2.10. Transformasi Laplace dan Konvolusi 22
2.11. Operator 23
2.12. Persamaan Integro-Diferensial 24
2.12.1. Bentuk umum dan klasifikasi dasar 24
2.12.2. Kernel, bentuk konvolusi, dan identitas dasar 25
2.12.3. Operator linear dan bentuk operator 27
2.13. Dickson-Hipp Operator 27
2.14. *Defective Renewal Equation* 28
2.15. Solusi *Defective Renewal Equation* 28
2.16. Identitas Kombinatorial Dasar 29
2.17. Fungsi Analitik dan Hasil Dasar Analisis Kompleks 30
2.17.1. Fungsi analitik, nol, dan pole 30
2.17.2. Teorema Rouché dan interpolasi Lagrange 30
2.18. *Modified Bessel Function of the Third Kind* 31
2.19. Invers Transformasi Laplace dan Residu 31
III ANALISIS FUNGSI PENALTI GERBER-SHIU DALAM MODEL RISIKO ERLANG-DIFUSI DENGAN STRUKTUR DEPENDENSI . . 33
3.1. Model surplus dan struktur dependensi 34
3.1.1. Model surplus 34
3.1.2. Struktur dependensi dan pembentukan *joint density* 35
3.2. Persamaan tipe Lundberg tergeneralisasi 38
3.2.1. Surplus pada *epoch* klaim 38
3.2.2. Pembentukan *generalized Lundberg-type equation* 39
3.2.3. Analisis jumlah akar 43
3.3. Konstruksi ukuran pada waktu henti Erlang 48
3.3.1. Proses bantu dan ukuran yang akan dihitung 48

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
Analisis Fungsi Penalti Gerber-Shiu dalam Model Risiko Erlang-Difusi dengan Struktur Dependensi
Ariel Haposan, Danang Teguh Qoyyimi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

3.3.2. Distribusi pasangan $(Z_{e(n,a)}, \bar{Z}_{e(n,a)})$ 50
3.3.3. Konstruksi ukuran $U_n(u, a, \mathrm{d}x)$ 54
3.3.4. Konstruksi ukuran $P_n(u, \mathrm{d}y, \mathrm{d}x)$ 58
3.4. Representasi integral dan persamaan integro-diferensial 62
3.4.1. Notasi bantu dan operator integral 63
3.4.2. Representasi integral untuk ϕ_δ 64
3.4.3. Komponen *ruin* oleh osilasi sebelum klaim pertama 67
3.4.4. Representasi integral untuk ψ_δ 70
3.4.5. Identitas diferensial operator integral 72
3.4.6. Persamaan integro-diferensial untuk ϕ_δ 74
3.4.7. Persamaan integro-diferensial untuk ψ_δ 77
3.4.8. Nilai batas sederhana 79
3.5. Transformasi Laplace fungsi Gerber-Shiu 80
3.5.1. Persiapan notasi dan identitas dasar 80
3.5.2. Transformasi Laplace untuk komponen *ruin* oleh klaim . . . 84
3.5.3. Transformasi Laplace untuk komponen *ruin* oleh osilasi . . 88
3.5.4. Transformasi Laplace fungsi Gerber-Shiu total 89
3.6. *Defective renewal equation* 90
3.6.1. Persiapan aljabar dan operator 91
3.6.2. Pemfaktoran penyebut dan pembilang 95
3.6.3. Bentuk *defective renewal equation* 97
3.7. Representasi solusi umum 101
3.7.1. Persiapan umum untuk *defective renewal equation* 102
3.7.2. Iterasi *defective renewal equation* 104
3.7.3. Distribusi *defective renewal* dan bentuk solusi akhir 106
IV PENERAPAN ANALISIS FUNGSI PENALTI GERBER-SHIU DALAM MODEL RISIKO ERLANG-DIFUSI DENGAN STRUKTUR DEPENDENSI 110
4.1. Penerapan ketika ukuran klaim berdistribusi Erlang 110
4.1.1. Fungsi penalti bantu untuk $w^{(1)}$, $w^{(x)}$, dan $w^{(y)}$ 112
4.1.2. Transformasi Laplace yang digunakan 113
4.1.3. Formula eksplisit untuk ϕ_δ dan ψ_δ pada tiga penalti 114
4.2. Eksperimen numerik berbasis solusi analitik 116
4.2.1. Nilai dasar terhadap surplus awal 117
4.2.2. Ukuran bersyarat saat *ruin* 117
4.2.3. Sensitivitas ukuran *ruin* terhadap parameter dependensi, distribusi klaim, dan proses *renewal* 118

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
Analisis Fungsi Penalti Gerber-Shiu dalam Model Risiko Erlang-Difusi dengan Struktur Dependensi
Ariel Haposan, Danang Teguh Qoyyimi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

V PENUTUP 124
5.1. Kesimpulan 124
5.2. Saran 127
DAFTAR PUSTAKA 129
A *Syntax* Analisis Numerik 133