UNIVERSITAS
GADJAH MADA
Sifat-Sifat Topologi Pembagian pada Himpunan Bilangan Asli
Siti Rohmah, Hadrian Andradi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

INTISARI

Sifat-Sifat Topologi Pembagian pada Himpunan Bilangan Asli

Oleh

SITI ROHMAH

19/442583/PA/19332

Dalam skripsi ini, dibahas sifat-sifat topologi pembagian τ_D pada himpunan bilangan asli $\mathbb{N}$ yang dibangkitkan oleh operator klosur $c : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \to \mathcal{P}(\mathbb{N})$, dengan $c(A) = \bigcup_{x\in A} D(x)$ dan $D(x)$ menyatakan himpunan semua faktor positif dari x. Beberapa sifat yang dikaji adalah karakterisasi himpunan terbuka dan himpunan tertutup, interior dari himpunan, dan klosur dari himpunan di ruang topologi $(\mathbb{N}, \tau_D)$. Bentuk eksplisit klosur dari progresi aritmetika $S(a, b) := \{an + b \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ diturunkan berdasarkan faktorisasi prima dari a. Di bagian akhir, diperoleh karakterisasi himpunan kompak di $(\mathbb{N}, \tau_D)$, yaitu suatu himpunan $A \subseteq \mathbb{N}$ kompak jika dan hanya jika himpunan elemen minimalnya berhingga. Dengan menggunakan karakterisasi kekompakan tersebut, ditunjukkan bahwa himpunan bilangan prima $\mathbb{P}$ tidak kompak, sekaligus diturunkan syarat perlu dan cukup bagi kekompakan progresi aritmetika.

UNIVERSITAS
GADJAH MADA

Sifat-Sifat Topologi Pembagian pada Himpunan Bilangan Asli
Siti Rohmah, Hadrian Andradi, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Universitas Gadjah Mada, 2026 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

ABSTRACT

Properties of the Division Topology
on the Set of Natural Numbers

By

SITI ROHMAH
19/442583/PA/19332

In this final project, some properties of the division topology τ_D on the set of natural numbers $\mathbb{N}$ are discussed. The topology is constructed through the closure operator $c : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \to \mathcal{P}(\mathbb{N})$ defined by $c(A) = \bigcup_{x \in A} D(x)$, where $D(x)$ denotes the set of all positive divisors of x. Some of the properties studied include the characterization of open sets and closed sets, interior of a set, and closure of a set in the topological space $(\mathbb{N}, \tau_D)$. The explicit form of the closure of an arithmetic progression $S(a, b) = \{an + b \mid n \in \mathbb{N}_0\}$ is determined based on the prime factorization of a. A characterization of compact sets in $(\mathbb{N}, \tau_D)$ is also established, namely a subset $A \subseteq \mathbb{N}$ is compact if and only if its set of minimal elements is finite. Using this compactness characterization, the fact that the set of prime numbers $\mathbb{P}$ is not compact is shown and, in addition, a necessary and sufficient condition for the compactness of an arithmetic progression is established.