

INTISARI

KONSTRUKSI BIMODUL- R BERSIH- r KIRI DAN SIFAT-SIFATNYA

Oleh

DIAN ARIESTA YUWANINGSIH

21/476373/SPA/00787

Diberikan ring R dengan elemen identitas 1_R dan bimodul M atas R . Pada disertasi ini telah dikonstruksi bimodul- R bersih- r kiri, yang pendefinisinya tidak melalui ring endomorfisma bimodulnya. Bimodul M disebut bimodul- R bersih- r kiri jika setiap elemennya merupakan jumlahan idempoten kiri dan elemen reguler kiri di M . Selanjutnya, disajikan beberapa sifat bimodul- R bersih- r kiri dan penerapannya pada amalgamasi bimodul dan modul bebas. Penelitian ini dimulai dengan konstruksi ideal bersih- r , aljabar bersih- r , dan modul endobersih- r , serta menyelidiki syarat perlu dan syaratukupnya. Selanjutnya, dikonstruksi idempoten kiri dan elemen reguler kiri pada bimodul- R , yang dilanjutkan dengan konstruksi bimodul- R reguler kiri dan menyelidiki sifat-sifatnya. Konsep bimodul- R reguler kiri akan digunakan dalam penyelidikan sifat-sifat bimodul- R bersih- r kiri. Setelah menyelidiki sifat-sifat bimodul- R bersih- r kiri, kemudian dikonstruksi bisubmodul- R bersih- r kiri dengan memperumum ideal bersih- r yang telah diteliti sebelumnya. Selanjutnya, menggunakan konsep modul endobersih- r diselidiki hubungan antara bimodul- R bersih- r kiri dan modul- R bersih. Di sisi lain, termotivasi dari penelitian sebelumnya tentang sifat bersih pada amalgamasi ring, pada disertasi ini disajikan beberapa sifat bersih- r pada amalgamasi ring dan beberapa sifat bersih- r kiri pada amalgamasi bimodul- R . Namun, karena konsep amalgamasi bimodul- R belum pernah diteliti, sebelumnya dikonstruksi amalgamasi bimodul- R . Selanjutnya, mengingat setiap modul- R bebas M dengan *free-rank* \mathbb{N} isomorfis dengan $R^{(\mathbb{N})}$, jika R merupakan ring komutatif, maka setiap modul- R bebas M dapat dipandang sebagai bimodul- R $R^{(\mathbb{N})}$. Mengingat elemen bersih- r kiri pada bimodul- R $R^{(\mathbb{N})}$ hanyalah elemen $\{0_R\}_{i \in \mathbb{N}}$, diperoleh bimodul- R $R^{(\mathbb{N})}$ tidak akan membentuk bimodul- R bersih- r kiri. Oleh karena itu, pada disertasi ini telah diperumum definisi bimodul- R bersih- r kiri pada $R^{(\mathbb{N})}$, yang selanjutnya disebut bimodul- R bersih- r tergeneralisasi. Lebih lanjut, disajikan sifat-sifat bimodul- R bersih- r tergeneralisasi $R^{(\mathbb{N})}$.

Kata-kata kunci: ring bersih, ring bersih- r , bimodul bersih- r kiri, amalgamasi

ABSTRACT

A CONSTRUCTION OF THE LEFT r -CLEAN R -BIMODULE AND ITS PROPERTIES

By

DIAN ARIESTA YUWANINGSIH

21/476373/SPA/00787

Let R be a ring with identity 1_R , and M a module over R . In this dissertation, we construct a notion of left r -clean R -bimodules, where the definition is not based on the endomorphism ring of the bimodule. An R -bimodule M is said to be left r -clean if each of its elements can be expressed as the sum of a left idempotent and a left regular element of M . Furthermore, we present several properties of left r -clean R -bimodules and explore their applications to amalgamated bimodules and free modules. This study begins with the construction of r -clean ideals, r -clean algebras, and r -endoclean modules, along with an investigation of their necessary and sufficient conditions. Next, we define left idempotent and left regular elements in R -bimodules, followed by the construction of left regular R -bimodules and an examination of their properties. These concepts are then utilized to further investigate the properties of left r -clean R -bimodules. Afterward, we construct left r -clean R -bisubmodules by generalizing the notion of r -clean ideals introduced earlier. Moreover, using the concept of r -endoclean modules, we examine the relationship between left r -clean R -bimodules and clean R -modules. Inspired by earlier work on the clean property in amalgamated rings, this dissertation investigates various r -clean properties in amalgamated rings and explores certain left r -clean properties in amalgamated R -bimodules. Since the concept of amalgamated R -bimodules has not previously been explored, we begin by constructing such bimodules. Additionally, recalling that any free R -module M with $free-rank \mathbb{N}$ is isomorphic to $R^{(\mathbb{N})}$, and noting that if R is commutative, then M can be viewed as the R -bimodule $R^{(\mathbb{N})}$. Since, in $R^{(\mathbb{N}a)}$, the only left r -clean element is $\{0_R\}_{i \in \mathbb{N}}$, it follows that $R^{(\mathbb{N})}$ does not form a left r -clean R -bimodule. Therefore, in this dissertation, we generalize the definition of a left r -clean R -bimodule in the context of $R^{(\mathbb{N})}$, and hereafter refer to it as a generalized r -clean R -bimodule. Finally, we present several properties of the generalized left r -clean R -bimodule $R^{(\mathbb{N})}$.

Keywords: clean ring, r -clean ring, left r -clean bimodule, amalgamation