



INTISARI

Penentuan Spektrum Quarkonium Dengan Menggunakan Metode Pendekatan WKB

Oleh

Muhammad Adhen

21/477830/PA/20706

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan spektrum massa dari sistem quarkonium berat, yaitu charmonium dan bottomonium. Persamaan Schrödinger bagian radial diselesaikan dengan menggunakan potensial Cornell melalui pendekatan Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB). Untuk meningkatkan akurasi prediksi massa, ditambahkan suku interaksi spin-spin ke dalam bentuk potensial. Penyelesaian persamaan Schrödinger dilakukan dengan bantuan pendekatan tipe Pekeris guna menyederhanakan bentuk persamaan serta meningkatkan akurasi dan kelayakan solusi WKB. Dari pendekatan ini, diperoleh rumus analitik untuk massa quarkonium. Dalam *fitting data*, digunakan berbagai metode optimisasi yang ada pada *scipy.optimize.minimize* untuk memperoleh parameter optimal yang meminimalkan selisih antara prediksi massa teoritis dengan massa eksperimental. Selanjutnya, nilai χ^2 dihitung untuk setiap metode optimisasi guna menentukan metode terbaik berdasarkan nilai χ^2 terkecil. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode optimisasi terbaik adalah metode TNC (Truncated Newton Constrained) dengan nilai χ^2 untuk charmonium dan bottomonium berturut turut sebesar 0,00009 dan 0,00029. Selanjutnya, parameter dari metode optimisasi terbaik digunakan untuk memprediksi berbagai keadaan quarkonium yang kemudian hasilnya dibandingkan dengan hasil dari penelitian terdahulu. Diperoleh hasil bahwa penelitian ini memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan penelitian-penelitian sebelumnya karena memiliki nilai χ^2 yang lebih kecil. Selain itu, nilai parameter optimal juga digunakan untuk memprediksi keadaan quarkonium yang belum diketahui keadaannya pada Particle Data Group.

Kata-kata kunci : Quarkonium berat, persamaan Schrödinger, pendekatan WKB, potensial Cornell, pendekatan tipe Pekeris, *fitting data*, optimisasi parameter.



ABSTRACT

Determination of Quarkonium Spectrum Using the Approximation WKB Method

By

Muhammad Adhen

21/477830/PA/20706

This study aims to determine the mass spectrum of heavy quarkonium systems, namely charmonium and bottomonium. The radial part of the Schrödinger equation is solved using the Cornell potential through the Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB) approximation. To enhance the accuracy of mass predictions, a spin-spin interaction term is added to the potential. The Schrödinger equation is further simplified using the Pekeris-type approximation, which improves both the accuracy and feasibility of the WKB solution. This approach yields an analytical formula for the quarkonium mass spectrum. Data *fitting* is performed using various optimization methods available in the `scipy.optimize.minimize` library to obtain optimal parameters that minimize the difference between theoretical mass predictions and experimental data. Subsequently, the χ^2 value is calculated for each optimization method to identify the most accurate one based on the smallest χ^2 value. The results show that the best optimization method is TNC (Truncated Newton Constrained), with χ^2 values of 0.00009 for charmonium and 0.00029 for bottomonium. The optimal parameters obtained from the best method are then used to predict various quarkonium states, and the results are compared with those from previous studies. It is found that this study provides better results, as indicated by smaller χ^2 values. Moreover, the optimal parameters are also utilized to predict unknown quarkonium states listed in the Particle Data Group.

Keywords : Heavy quarkonium, Schrödinger equation, WKB approximation, Cornell potential, Pekeris-type approximation, data *fitting*, parameter optimization.