

INTISARI

PEMETAAN LINEAR YANG MENGAWETKAN BAGIAN SPEKTRUM PASANGAN MATRIKS SIMILAR

Oleh

VIKI SETIAWAN

20/456577/PA/19764

Dalam aljabar linear, studi tentang pemetaan linear yang mengawetkan sifat-sifat matriks tertentu merupakan salah satu bidang yang aktif dikembangkan. Studi ini termasuk dalam tema *Linear Preserver Problem* (LPP), yang fokus pada karakterisasi pemetaan linear yang mengawetkan bagian-bagian penting dari struktur matriks, seperti spektrum dan similaritas. Spektrum matriks, yang terdiri dari semua nilai eigen tanpa memperhatikan kelipatannya, memiliki hubungan erat dengan similaritas. Sebagai contoh, jika dua matriks A dan B similar, maka spektrum keduanya identik. Pada skripsi ini akan dikaji karakterisasi pemetaan linear bijektif pada ruang matriks $n \times n$ atas lapangan tertutup secara aljabar F yang mengawetkan bagian spektrum pada pasangan matriks similar. Hasil utamanya adalah karakterisasi pemetaan linear bijektif ϕ yang memiliki sifat bahwa spektrum $\phi(A)$ dan $\phi(B)$ memiliki setidaknya satu nilai eigen yang sama untuk setiap pasangan matriks A dan B yang similar.

Lebih lanjut, hasil tersebut juga diaplikasikan untuk memperoleh karakterisasi pemetaan linear bijektif yang mengawetkan bagian spektrum pada pasangan matriks dengan spektrum yang sama. Hasilnya, terdapat perbedaan perilaku yang menarik tergantung pada dimensi matriks (n) dan karakteristik lapangan F . Selain itu, diperoleh karakterisasi pemetaan linear bijektif yang mengawetkan kesamaan spektrum dan sebagai hasil akhir dari skripsi ini, yaitu karakterisasi pemetaan linear jika image dari pemetaan tersebut memuat setidaknya satu matriks yang invertibel, maka sifat bijektivitasnya otomatis.

Kata Kunci : *Linear preserver problems*, Ruang matriks, Matriks similar, Spektrum.

ABSTRACT

LINEAR MAPS PRESERVING PARTS OF THE SPECTRUM ON PAIRS OF SIMILAR MATRICES

By

VIKI SETIAWAN

20/456577/PA/19764

In linear algebra, the study of linear mappings that preserve certain properties of matrices is one of the actively developed fields. This study falls within the theme of the Linear Preserver Problem (LPP), which focuses on characterizing linear mappings that preserve key aspects of matrix structure, such as spectrum and similarity. The spectrum of a matrix, consisting of all eigenvalues regardless of their multiplicity, is closely related to similarity. For instance, if two matrices A and B are similar, their spectrum are identical. This thesis examines the characterization of bijective linear mappings on the space of $n \times n$ matrices over an algebraically closed field F that preserve parts of the spectrum on pairs of similar matrices. The main result is the characterization of bijective linear mapping ϕ which has the property that the spectrum of $\phi(A)$ and $\phi(B)$ have at least one common eigenvalue for every pair of similar matrices A and B .

Furthermore, this result is also applied to obtain the characterization of bijective linear mappings that preserve spectrum parts of matrix pairs with the same spectrum. The results show interesting behavioral differences depending on the matrix dimension (n) and the characteristic of field F . Additionally, we obtain the characterization of bijective linear mappings that preserve spectrum equality and, as the final result of this thesis, the characterization of linear mapping if the image of the mapping contains at least one invertible matrix, then its bijectivity property is automatic.

Keywords : Linear preserver problems, Matrix spaces, Similar matrices, Spectrum.