UNIVERSITAS
GADJAH MADA
KONEKSI TERGENERALISIR, TEORI TERA, DAN GEOMETRI CARTAN PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF
M. REY GEORALDO, Dr.rer.nat. Muhammad Farchani Rosyid, M.Si.
Universitas Gadjah Mada, 2024 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

DAFTAR ISI

Halaman Judul ii

Halaman Pengesahan iii

Halaman Pernyataan iv

PRAKATA v

INTISARI x

ABSTRACT xi

I PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang Masalah 1
1.2 Perumusan Masalah 4
1.3 Batasan Masalah 4
1.4 Tujuan Penelitian 4
1.5 Manfaat Penelitian 5
1.6 Tinjauan Pustaka 5
1.7 Metode Penelitian 9

II DASAR TEORI 10

2.1 Koneksi Ehresmann pada Geometri Differensial Biasa 10
2.1.1 Forma Differensial 10
2.1.2 Produk Skalar pada Forma Differensial 12
2.1.3 Bundel Fiber Utama (*Principal Fibre Bundle*) 14
2.1.4 Bundel Vektor Sekawan (*Associated Vector Bundle*) 18
2.1.5 Koneksi pada Bundel Fiber Utama 19
2.1.6 Derivatif Kovarian dan Kurvatur 20
2.1.7 Bentuk Lokal Koneksi Forma-1 21
2.1.8 Grup Tera 23
2.2 Dasar-Dasar Algebroid Lie 23
2.2.1 Konsep Dasar Algebroid Lie Transitif 24
2.2.2 Morfisma pada Algebroid Lie 26

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
KONEKSI TERGENERALISIR, TEORI TERA, DAN GEOMETRI CARTAN PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF
M. REY GEORALDO, Dr.rer.nat. Muhammad Farchani Rosyid, M.Si.
Universitas Gadjah Mada, 2024 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

2.2.3 Algebroid Lie Trivial 27
2.2.4 Algebroid Lie Atiyah 28
2.2.5 Algebroid Lie Derivasi 30
2.2.6 Representasi bagi Algebroid Lie 31
2.2.7 Representasi bagi Algebroid Lie Atiyah pada Suatu Bundel Vektor Sekawan 32
2.3 Dasar-Dasar Geometri Cartan 33
2.3.1 Geometri Klein Sebagai Pasangan Grup Simetri 33
2.3.2 Geometri Klein Sebagai Bundel Fiber Utama 35
2.3.3 Forma Maurer-Cartan bagi Geometri Klein 35
2.3.4 Geometri Cartan 37

III TRIVIALISASI LOKAL DAN DIFFERENSIAL KOMPLEKS BAGI ALGEBROID LIE TRANSITIF 40
3.1 Trivialisasi Lokal bagi Algebroid Lie 40
3.1.1 Konstruksi Trivialisasi Lokal 41
3.1.2 Perubahan Trivialisasi Lokal 43
3.1.3 Trivialisasi Lokal untuk Algebroid Lie Atiyah 45
3.2 Struktur Forma Differensial bagi Algebroid Lie 45
3.2.1 Differensial Kompleks bagi Forma Bernilai Ruang Representasi 46
3.2.2 Differensial Kompleks bagi Forma Bernilai Fungsi 47
3.2.3 Differensial Kompleks bagi Forma Bernilai Kernel 48
3.2.4 Operasi Cartan pada Differensial Kompleks di atas Algebroid Lie 50
3.2.5 Differensial Kompleks bagi Forma Bernilai Fungsi untuk Algebroid Lie Trivial 52
3.2.6 Differensial Kompleks bagi Forma Bernilai Kernel untuk Algebroid Lie Trivial 55
3.2.7 Forma Differensial bagi Algebroid Lie Atiyah 58
3.3 Trivialisasi Lokal bagi Differensial Kompleks pada Algebroid Lie . . 58
3.3.1 Trivialisasi Lokal bagi Forma Differensial Bernilai Fungsi . . 59
3.3.2 Trivialisasi Lokal bagi Forma Differensial Bernilai Kernel . . 61

IV KONEKSI DAN INTEGRASI PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF 66
4.1 Koneksi Biasa pada Algebroid Lie Transitif 66
4.1.1 Suatu Pemisahan pada Algebroid Lie Transitif 66

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
KONEKSI TERGENERALISIR, TEORI TERA, DAN GEOMETRI CARTAN PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF
M. REY GEORALDO, Dr.rer.nat. Muhammad Farchani Rosyid, M.Si.
Universitas Gadjah Mada, 2024 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

4.1.2 Koneksi Forma-1 Biasa . . . 68
4.1.3 Trivialisasi Lokal bagi Koneksi Forma-1 Biasa . . . 70
4.1.4 Derivatif Kovarian pada Ruang Representasi . . . 72
4.1.5 Kurvatur . . . 74
4.2 Koneksi Tergenralisir pada Algebroid Lie Transitif . . . 76
4.2.1 Penguraian Koneksi Tergeneralisir . . . 77
4.2.2 Basis Lokal Campuran (*Mixed Local-Basis*) . . . 80
4.2.3 Derivatif Kovarian yang Terkait dengan Koneksi Tergeneralisir 81
4.2.4 Kurvatur yang Terkait dengan Koneksi Tergeneralisir . . . 83
4.3 Metrik dan Intergasi pada Algebroid Lie Transitif . . . 87
4.3.1 Metrik dan Metrik-Internal . . . 88
4.3.2 Orientasi Internal . . . 90
4.3.3 Penguraian Metrik Internal Tak Merosot . . . 91
4.3.4 Forma Volume dan Komponen Internal Maksimal . . . 94
4.3.5 Integrasi . . . 96
4.3.6 Produk Skalar . . . 98

V TEORI TERA PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF 101
5.1 Aksi Tera Infinitesimal oleh Kernel Algebroid Lie . . . 101
5.1.1 Aksi Tera pada Koneksi Biasa . . . 101
5.1.2 Aksi Tera pada Koneksi Tergeneralisir . . . 106
5.2 Teori Medan Tera Menggunakan Koneksi Tergeneralisir . . . 108
5.2.1 Aksi Fungsional Invarian . . . 109
5.2.2 Aksi Fungsional pada Medan Materi . . . 113
5.2.3 Aksi Fungsional Total . . . 114

VI GEOMETRI CARTAN DALAM KERANGKA ALGEBROID LIE ATIYAH 116
6.1 Konstruksi Umum . . . 116
6.1.1 Kerangka Algebroid Lie Atiyah pada $\mathcal{P}$ dan $\mathcal{Q} = \mathcal{P} \times_H G$ . . . 116
6.1.2 Trivialisasi Lokal . . . 121
6.1.3 Koneksi pada $\mathcal{P}$ dan Koneksi Transpor pada $\mathcal{Q}$ . . . 123
6.2 Diagram Komutatif Eksak . . . 129
6.2.1 Suatu Isomorfisma di antara $\Gamma_H(\mathcal{P}, \mathfrak{g})$ dan $\Gamma_G(\mathcal{Q}, \mathfrak{g})$ . . . 129
6.2.2 Rentetan Eksak Pendek yang Diinduksi oleh $j : \Gamma_H(\mathcal{P}, \mathfrak{h}) \to \Gamma_G(\mathcal{Q}, \mathfrak{g})$ . . . 130

UNIVERSITAS
GADJAH MADA
KONEKSI TERGENERALISIR, TEORI TERA, DAN GEOMETRI CARTAN PADA ALGEBROID LIE TRANSITIF
M. REY GEORALDO, Dr.rer.nat. Muhammad Farchani Rosyid, M.Si.
Universitas Gadjah Mada, 2024 | Diunduh dari http://etd.repository.ugm.ac.id/

6.2.3 Inklusi $J : \Gamma_H(T\mathcal{P}) \to \Gamma_G(T\mathcal{Q})$ . . . 131
6.2.4 Pemetaan Kuosien $R : \Gamma_G(T\mathcal{Q}) \to \Gamma_G(T\mathcal{Q})/\sim$ . . . 133
6.2.5 Diagram Komutatif Eksak . . . 134
6.3 Karakterisasi Koneksi dari Diagram Komutatif Eksak (6.46) . . . 135
6.3.1 Koneksi Ehresmann . . . 135
6.3.2 Koneksi Cartan . . . 138
6.3.3 Koneksi Cartan Kasus Reduktif . . . 147
6.4 Metrik, Transfomasi Tera, dan Diffeomorfisma . . . 149
6.4.1 Metrik . . . 149
6.4.2 Transformasi Tera dan Diffeomorfisma . . . 152

VII KESIMPULAN DAN SARAN **156**
7.1 Kesimpulan . . . 156
7.2 Saran . . . 157

A BEBERAPA NOTASI PENTING **160**
1.1 Tensor Levi Civita Antisimetrik Total . . . 160
1.2 Delta Kronecker . . . 160
1.3 Fungsi Partisi Kesatuan (*Partition Function of Unity*) . . . 160

B BEBERAPA BUKTI DAN PERHITUNGAN **162**
2.1 Bab 4 . . . 162
2.1.1 Bukti Proposisi (4.2.11) . . . 162
2.2 Bab 5 . . . 166
2.2.1 Perhitungan Ungkapan (5.26) . . . 166
2.3 Bab 6 . . . 169
2.3.1 Bukti Proposisi (6.1.9) . . . 169
2.3.2 Bukti Lemma (6.1.14) . . . 170
2.3.3 Bukti Proposisi (6.2.1) . . . 172