

## INTISARI

### SEPUTAR GRAF HARMONIK YANG DIKONSTRUKSIKAN DARI GRAF POHON- $\alpha$

Oleh

William Kosasih

20/456678/PA/19765

Diberikan graf sederhana dan tak berarah  $G$  berukuran  $m$ . Pelabelan *graceful* pada graf  $G$  adalah fungsi injektif  $f$  dari himpunan titik di  $G$  ke himpunan bilangan bulat tak negatif yang tak lebih dari  $m$  sedemikian sehingga nilai dari  $|f(u) - f(v)|$  untuk setiap sisi  $uv$  di  $G$  berbeda. Selanjutnya, pelabelan *graceful*  $f$  disebut pelabelan- $\alpha$  jika terdapat bilangan bulat  $k$  sehingga untuk setiap sisi  $uv$  di  $G$  berlaku  $f(u) \leq k < f(v)$  atau  $f(v) \leq k < f(u)$ . Jika pada graf  $G$  dapat didefinisikan pelabelan- $\alpha$ , maka  $G$  disebut graf- $\alpha$ . Khususnya, jika  $G$  merupakan pohon, maka  $G$  disebut pohon- $\alpha$ .

Pelabelan harmonik pada graf  $G$  adalah fungsi injektif  $g$  dari himpunan titik di  $G$  ke  $\mathbb{Z}_m$  sehingga nilai dari  $g(u) + g(v) \pmod{m}$  untuk setiap sisi  $uv$  di  $G$  berbeda. Jika pada graf  $G$  dapat didefinisikan pelabelan harmonik, maka  $G$  disebut graf harmonik. Pada skripsi ini dibahas mengenai graf-graf harmonik yang dikonstruksikan dari pohon- $\alpha$ .

## ABSTRACT

### ON HARMONIC GRAPHS CONSTRUCTED FROM $\alpha$ -TREES

By

William Kosasih

20/456678/PA/19765

Let  $G$  be a simple and undirected graph with size  $m$ . A graceful labeling on a graph  $G$  is an injective function  $f$  from the vertex set of  $G$  to a set of nonnegative integer not exceeding  $m$  such that the value of  $|f(u) - f(v)|$  for each edge  $uv$  in  $G$  is unique. Furthermore, an  $\alpha$ -labeling is a graceful labeling  $f$  on a graph  $G$  with the additional property that there exists an integer  $k$  so that for each edge  $uv$  either  $f(u) \leq k < f(v)$  or  $f(v) \leq k < f(u)$ . A graph  $G$  that admits an  $\alpha$ -labeling is called an  $\alpha$ -graph. In particular, if  $G$  is a tree, then  $G$  is called an  $\alpha$ -tree.

A harmonic labeling on a graph  $G$  is an injection  $g$  from the vertex set of  $G$  to  $\mathbb{Z}_m$  such that the value of  $g(u) + g(v) \pmod{m}$  for each edge  $uv$  in  $G$  is unique. If a graph  $G$  admits a harmonic labeling, then  $G$  is called harmonic graph. In this thesis, we discuss about harmonic graphs constructed from  $\alpha$ -trees.