

INTISARI

Karakteristik Fungsi Semikontinu dan Konveks pada Ruang Vektor Topologis

Oleh

Nur Ahmad Abrori

20/466535/PPA/06101

Dalam tesis ini, dibahas mengenai karakterisasi fungsi semikontinu pada ruang topologis dengan net dan epigraf/hipografnya. Selain itu, dibahas sifat ke-tertutupan subkoleksi fungsi semikontinu terhadap supremum/infimum titik demi titik, penjumlahan dan perkalian skalar, dan terhadap kekonvergenan seragam. Dalam tesis ini, dibahas juga sifat fungsi semikontinu pada ruang topologis kompak. Selanjutnya, terdapat pembahasan mengenai sifat fungsi konveks pada ruang vektor topologis yang terkait dengan sifat kontinu, semikontinu, dan terbatas. Lebih khusus, dibahas syarat cukup agar subdiferensial fungsi konveks di suatu titik tidak sama dengan himpunan kosong. Selanjutnya, dibahas sifat fungsi konveks dan semikontinu pada ruang vektor topologis yang memenuhi syarat cukup agar fungsi tersebut sejati dan terbatas. Kemudian, dijelaskan tentang Prinsip Maksimum Bauer yang menyatakan syarat cukup agar fungsi tersebut memiliki titik pembuat maksimum yang sekaligus titik ekstrem. Selanjutnya, dibahas tentang sifat fungsi konveks pada ruang konveks lokal yang terkait dengan sifat semikontinu dan semikontinu bawah lemah. Dalam tesis ini, dibahas juga sifat fungsi konveks dan semikontinu bawah pada ruang konveks lokal yang memenuhi syarat cukup agar fungsi tersebut memiliki titik pembuat minimum. Pada bagian terakhir, dibahas sifat konjugat dan bikonjugat konveks fungsi pada ruang konveks lokal berdasarkan semikontinuitas dan kekonveksannya. Lebih lanjut, dibahas Teorema Fenchel-Moreau yang menyatakan syarat perlu dan cukup agar suatu fungsi pada ruang konveks lokal sama dengan bikonjugat konveksnya.

ABSTRACT

The Characteristics of Semicontinuous and Convex Functions on Topological Vector Spaces

By

Nur Ahmad Abrori

20/466535/PPA/06101

In this thesis, we discuss about the characterization of semicontinuous functions on topological spaces using nets and epigraphs/hypographs. Additionally, we explore the closedness of subcollections of semicontinuous functions under point-wise supremum/infimum, addition and scalar multiplication, and uniform convergence. In this thesis, we also explain the properties of semicontinuous functions on compact topological spaces. Furthermore, we elaborate the properties of convex functions on topological vector spaces which are related to continuity, semicontinuity, and boundedness. Specifically, we focus on the sufficient conditions for a convex function on topological vector space to have a non-empty subdifferential at a certain point. Moreover, we analyze the properties of convex and semicontinuous functions on topological vector spaces, especially the sufficient conditions to ensure the functions are proper and bounded. Then, we introduce the Maximum Bauer Principle, which states the sufficient conditions for a function to have a maximizer that is also an extreme point. Next, we discuss the properties of convex functions on locally convex spaces which are related to semicontinuity and weak lower semicontinuity. In this thesis, we also investigate the properties of convex and semicontinuous functions on locally convex spaces that satisfy the sufficient conditions to guarantee the existence of a minimizer. In the final section, we elaborate the properties of convex conjugate and biconjugate of functions on locally convex spaces based on semicontinuity and convexity. Moreover, we present the Fenchel-Moreau Theorem, which provides necessary and sufficient conditions for a function on a locally convex space to be equal to its convex biconjugate.