

## INTISARI

### **TEORI PERMAINAN SUPERMODULAR NON-KOOPERATIF $n$ PEMAIN DENGAN MULTI TUJUAN DAN APLIKASINYA PADA PERMASALAHAN INVENTORI**

Oleh

RUBONO SETIAWAN

19/450320/SPA/00702

Dalam disertasi ini dilakukan penelitian pengembangan untuk mendapatkan konsep baru teori permainan supermodular non-kooperatif  $n$  pemain dengan multi tujuan. Permainan tersebut dilakukan oleh banyak pemain dengan strategi bersifat komplementer. Permainan didefinisikan dalam himpunan strategi yang memenuhi struktur *lattice* dengan urutan hasil kali. Setiap pemain memainkan permainan secara simultan dan mereka tidak berkomunikasi satu dengan yang lain. Setiap pemain memaksimalkan lebih dari satu fungsi *payoff* supermodular bersifat semikontinu atas. Himpunan titik tetap fungsi respon terbobot berupa *lattice* tidak kosong jika strategi terpilih berada dalam *lattice* kompak tidak kosong. Sebarang anggota himpunan titik tetap fungsi respon terbaik terbobot yang dibentuk dapat dibuktikan merupakan ekuilibrium Pareto. Jika himpunan strategi pemain merupakan *lattice* kompak tidak kosong maka himpunan Nash terbobot terbesar dan terkecil telah dibuktikan ada dalam suatu *lattice* lengkap tidak kosong dan termuat dalam himpunan ekuilibrium Pareto. Lebih khusus jika fungsi *payoff* dapat disajikan kedalam bentuk perkalian dua fungsi sedemikian sehingga elemen terkecil himpunan strategi merupakan akar salah satu fungsi tersebut, maka himpunan ekuilibrium Nash terbobot merupakan *lattice* lengkap tidak kosong dengan elemen terbesar dan terkecil masing - masing merupakan ekuilibrium Nash terbobot terbesar dan terkecil. Algoritma genetik NSGA II dijalankan menggunakan paket program *pymoo* dalam bahasa pemrograman *Python* untuk mendapatkan ekuilibrium Pareto yang berkaitan dengan multi tujuan setiap pemain. Algoritma genetik NSGA II dipilih karena dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimisasi multi tujuan yang kompleks. Algoritma genetik NSGA II mempunyai kelebihan lebih cepat dalam proses penentuan solusi optimum dibandingkan algoritma yang lain. Prinsip elemen terdominasi matriks *payoff* terbobot digunakan untuk penentuan ekuilibrium Nash terbobot.

Hasil konsep teori dan numerik diaplikasikan untuk menentukan solusi op-

timum permasalahan inventori multi tujuan yang terdiri atas satu pamanufaktur dan banyak pengecer. Ilustrasi permasalahan disajikan dalam dua model permainan inventori. Pamanufaktur sebagai koordinator dalam hubungan dengan semua pengecer. Dalam kedua model tersebut, permainan non-kooperatif dilakukan semua pengecer berdasarkan asumsi utama adanya strategi komplementer, penggunaan prinsip sinkronisasi, kesepakatan penggunaan harga grosir, kesepakatan pembelian kembali. Terdapat penambahan asumsi pada model permainan yang kedua yaitu memperhatikan produk kualitas tidak sempurna. Eksistensi produk kualitas tidak sempurna ditentukan berdasarkan nilai fraksi yang diasumsikan mengikuti kurva logistik *S-shaped*. Fungsi *payoff* untuk permainan inventori pertama berkaitan dengan keuntungan dan proses pembelian kembali. Fungsi *payoff* untuk permainan inventori kedua berkaitan dengan keuntungan, pembelian kembali, dan biaya penanganan emisi gas rumah kaca. Konsep permainan supermodular multi tujuan digunakan untuk menentukan ekuilibrium Pareto dan ekuilibrium Nash terbobot kedua permainan inventori tersebut. Dengan berdasarkan prinsip sinkronisasi, pamanufaktur menggunakan informasi ekuilibrium permainan yang dilakukan pengecer untuk menentukan solusi optimum. Kedua model permainan yang dibentuk merupakan model permainan inventori baru yang melibatkan strategi komplementer dan adanya multi tujuan. Lebih lanjut, analisis keoptimuman permainan inventori multi tujuan dengan konsep permainan supermodular non-kooperatif  $n$  pemain dengan multi tujuan merupakan hasil yang baru dan belum pernah dihasilkan sebelumnya.

**Kata-kata kunci:** Supermodular, Ekuilibrium Pareto, Ekuilibrium Nash Terbobot, *Lattice*, Algoritma Genetik, Permainan Inventori, Multi tujuan

## ABSTRACT

### **THEORY OF NON-COOPERATIVE $n$ PERSONS SUPERMODULAR MULTI OBJECTIVE GAMES AND ITS APPLICATION ON THE INVENTORY PROBLEM**

By

RUBONO SETIAWAN

19/450320/SPA/00702

In this research, the new concept of the theory of non-cooperative  $n$  person supermodular multi-objective games have been developed. The game is carried out by players using strategic complementary and is defined in a set of strategies that meet the lattice structure with coordinate-wise order. Each player plays the game simultaneously and they don not communicate with each other. Each player maximizes more than one supermodular function which is upper-semicontinuous on a predefined joint strategy set. The fixed point set of the best weighted response function is a nonempty lattice if the selected strategy is a nonempty compact lattice. Any point on this set is the Pareto equilibrium. If each player's strategy set is a nonempty compact lattice, the largest and smallest weighted Nash equilibrium set has been proven to exist in a nonempty complete lattice and is also contained in the Pareto equilibrium set. Moreover, if the payoff function can be expressed in terms of the product of two functions such that the smallest element of the strategy set is the root of one of these functions, then the weighted Nash equilibrium is a nonempty complete lattice with the largest and smallest element being the largest weighted Nash equilibrium and the smallest weighed Nash equilibrium, respectively. An NSGA II is run in Python to obtain the Pareto equilibrium. An NSGA II is a well-known algorithm used to solve multi-objective problems with complex forms. This algorithm has many advantages, one of which is that it is faster in determining the optimum solution compared to the other algorithms. The principle of dominance element of the weighted payoff matrix is applied to check the weighted Nash equilibrium numerically.

The theoretical and numerical concepts are applied to determine the optimum solution to a multi-objective inventory problem consisting of multiple buyers who are supplied with a single product by one manufacturer. The illustration of the problem is presented in two inventory models. The manufacturer is a coordinator in the relationship with all the retailers. In both models, the non-cooperative game is played by all retailers based on the main assumptions such as a complementary

strategy, synchronization principle, wholesale price contract, and buyback contract. There is an additional assumption in the second game model that is the existence of imperfect quality products. The existence of imperfect quality products is determined based on the value of the fraction that follows the logistics learning curve. The payoff functions for the first inventory game relate to the profit and the buyback process. The payoff functions for the second inventory game relate to profits, buyback, and costs of handling GHG emissions. The theory of a multi-objective supermodular game is used to determine the Pareto equilibrium and the weighted Nash equilibrium for the two inventory games. Based on the synchronization principle, the manufacturer uses the equilibrium information to determine the optimum solution. The two inventory game models presented in this research are new inventory game models that involve complementary strategies and the existence of multi-objectives. Furthermore, the optimum analysis of multi-objective inventory games by using the concept of non-cooperative  $n$  persons supermodular multi-objective games is a new result in the literature of games theory.

**Keywords:** Supermodular, Pareto Equilibrium, Weighted Nash Equilibrium, Lattice, Genetic Algorithm, Inventory Games, Multi-objective